

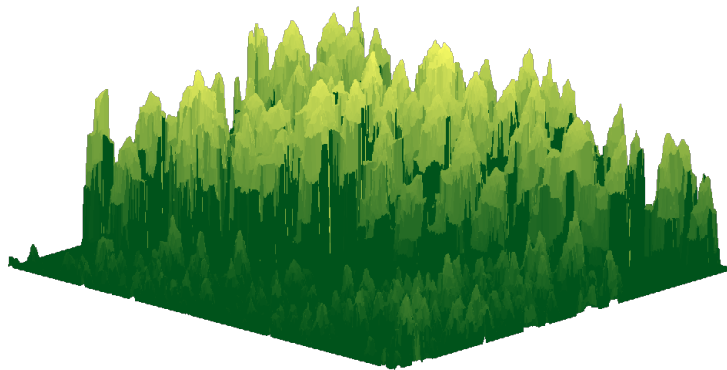
Chalmers Tekniska Högskola
Institutionen för Radio och Rymdvetenskap

28 maj 2009

Högupplösta LiDAR-bilder för mätningar på individuella träd

RRYX02-09-82

Kandidatarbete vid Radio- och Rymdvetenskap



Anders Bennehag
Tobias Eriksson
Magnus Wahlstrand
Ilya Zorikhin-Nilsson

Handledare
Gustaf Sandberg

Sammanfattning

Two methods, *Multiscale Isotropic Matched Filtering* and *Lokala Max*, for automatic tree localization and -segmentation in laser-scanned forest areas are discussed, implemented and evaluated with ground truth data in field measurements. Thereafter the methods' results are used as a basis for estimation of tree height and biomass of individual trees. The data used for the study were collected with the help of a LiDAR-equipped (light detection and ranging) helicopter over a forest area near Remningstorp, Västra Götaland and has a resolution of 0.25 m. Of the ground-measured biomass 81% and 90% were detected by MIMF- and Lokala Max- respectively. The estimated biomass amounts to 83% and 108% of the total biomass, for MIMF- and Lokala Max- respectively. Finally, it is concluded that the RMSE for biomass estimation for both methods is similar and around 80 kg (30% of the ground truth mean).

Abstract

Firstly, this paper evaluates two methods, *Multiscale Isotropic Matched Filtering* and *Local Max*, for automated tree detection and segmentation in LiDAR (light detection and ranging) remote-sensing imagery. Moreover, ground measured and remote sensed data are compared and matched. The results of both methods are used for estimating tree height and biomass of individual trees. Furthermore, the LiDAR measurements have been performed using a resolution of 0.25 m in forests predominantly consisting of spruces, outside Remningstorp, Västra Götaland. Between 81% and 90% of the ground-measured biomass was successfully detected, by MIMF and Local Max respectively. In the same way, 83% and 108% of the total biomass was detected by MIMF and Local Max respectively. Finally, the RMSE's of the biomass-estimations of both methods were found to equal approximately 80 kg (30% of the ground measured mean).

Tack till

Vi vill tacka vår handledare Gustaf Sandberg på Institutionen för Radio- och Rymdvetenskap på Chalmers för hans engagemang och många goda synpunkter rörande vårt arbete.

Innehåll

1	Introduktion	1
2	Syfte och mål	2
2.1	Överblick och delmål	2
3	Data från Remningstorp	3
3.1	Markuppmätt data	3
3.2	LiDAR-data	4
4	Metod	7
4.1	Multiscale Isotropic Matched Filtering-metoden	7
4.1.1	Trädlokalisering	8
4.1.2	Skaladaptiv Region-Growingsegmentering	10
4.2	Lokala Max-metoden	15
4.2.1	Filtrering	15
4.2.2	Trädlokalisering	15
4.2.3	Segmentering	16
4.2.4	Efterfiltrering	16
4.3	Matchning mot markdata	17
4.3.1	Matchning med träd från markmätning	18
4.4	Skattning av trädparametrar	18
4.4.1	Skattning av biomassa	18
4.4.2	Kronvolymkattning	20
4.4.3	Kronvolymkattning med punktdata	20

4.5	Statistiska mått	21
4.6	Root Mean Square Error	23
4.7	Konfidensintervall	23
5	Resultat	24
5.1	Kalibrering av markmätningar	24
5.2	Utvärdering av de två träddektionsmetoderna	25
5.2.1	Resultat av matchningar	28
5.3	Parametrar i MIMF-metoden	29
5.4	Parametrar i lokala max-metoden	30
5.5	Kronvolymkattning via punktdata	32
5.6	Skattning av biomassa	33
6	Diskussion	38
6.1	Trädlokalisering och segmentering	38
6.1.1	MIMF-metoden	39
6.1.2	Lokala max-metoden	39
6.2	Skattning av biomassa	42
6.3	Förslag på vidare undersökningar	43
6.3.1	MIMF-metoden	43
6.3.2	Lokala maxmetoden	43
7	Slutsats	44

1 Introduktion

Behovet av att inventera skog har alltid funnits där organiserat storskaligt skogsbruk förekommit, men det var först under feodalismen som systematisk hantering av skogens resurser för hållbar skogshushållning började utövas. I och med den industriella revolutionen i slutet av 1700-talet och den ökande avverkningen har skogsinventeringen blivit ett allt viktigare moment för skogsindustrin[1]. På senare år har inventeringen utvecklats från att med enklare metoder mäta skog *in situ*¹ till mer avancerade sådana som t. ex. fjärranalys vilken inbegriper satellit- eller flygfotografi, radar, eller som i detta fall LIDAR-teknik (Light Detection and Ranging).

De konkreta skälen till att genomföra skogsinventeringar är många. Skogsägare som vill ha mer information till grund för planering av produktion med bas i skogens uppskattade parametrar kan avgöra vilken tidpunkt som är gynnsam för avverkning, vilka delar av skogsområdet som ska avverkas eller vilket ekonomiskt värde som kan erhållas vid avverkningen. Andra anledningar till inventering kan vara att få information för skogs- eller miljöforskning[12].

Den mest rudimentära inventeringsformen bygger på att enskilda träd och trädområden mäts upp för hand på plats för att sedan ligga till grund för en uppskattning av ett större område. Dock är denna metod problematisk vid krav på höga noggrannheter då den kräver stor och tidsödande arbetsinsats av många inblandade. Fjärranalysen har fördelen att också relativt otillgängliga områden kan analyseras och när flygfotografering blev möjlig kunde skogsområden inventeras utan *in situ*-mätningar. Men, det kan vara svårt att via flygfoton utläsa viktiga parametrar såsom trädhöjd och stamdiameter samt att frångilja träd från annan vegetation som buskar och snår. Således har utveckling av bättre teknik för noggrannare mätningar krävts.

Med modern LIDAR-teknik har högre upplösningar och framför allt tredimensionella bilder av skogsområdet möjliggjorts, vilket gör att höjdinformation nu också kan utnyttjas bättre vid parameterskattning. Kortfattat bygger LIDAR-tekniken på att ett eller flera mål bestrålas med laserpulser och att tidsskillnaden mellan utsända och reflekterade sådana registreras. Med kännedom om vilken riktning strålen hade går det väldigt precist att bestämma positionen för reflektionen. Vid skogsmätningar monteras lidarutrustning på helikoptrar eller flygplan för att på så sätt få fri sikt över mätområdet.

Idag är det möjligt att få upplösningar på decimeternivå vid fjärranalys med

¹på plats - motsats till fjärranalys

LIDAR och det har därför blivit alltmer intressant att med denna metod skatta enskilda trädens egenskaper för att sedan få upp data för en hel skog. Metoder för detta ändamål har tidigare utvecklats av exempelvis Åsa Persson vid Totalförsvarets Forskningsinstitut FOI och Johan Holmgren vid Sveriges Lantbruksuniversitet SLU[2].

2 Syfte och mål

Detta projekt implementerar och jämför två metoder, *Multiscale Isotropic Matched Filtering* MIMF- och Lokala Max-metoden, som utifrån LIDAR-data lokaliserar enskilda träd och uppskattar deras respektive egenskaper. Parametrar som höjd, kron diameter och kronvolym, men även stambiomassa estimeras. Slutligen verifieras och utvärderas metoderna med hjälp av data från *in situ*-mätningar.

2.1 Överblick och delmål

För att kunna estimeras de önskade parametrarna för enskilda träd krävs att ett antal delmål uppnås. Dessa delmål är på ett övergripande plan samma för de två metoder som jämförs.

Först och främst måste träden lokaliseras. Det som evalueras hur väl positionen för enskilda träd detekteras är hur nära en detekterad position ligger ett *in situ*-uppmätt träd. Det är även önskvärt att inte fler träd detekteras än vad som verkligen existerar.

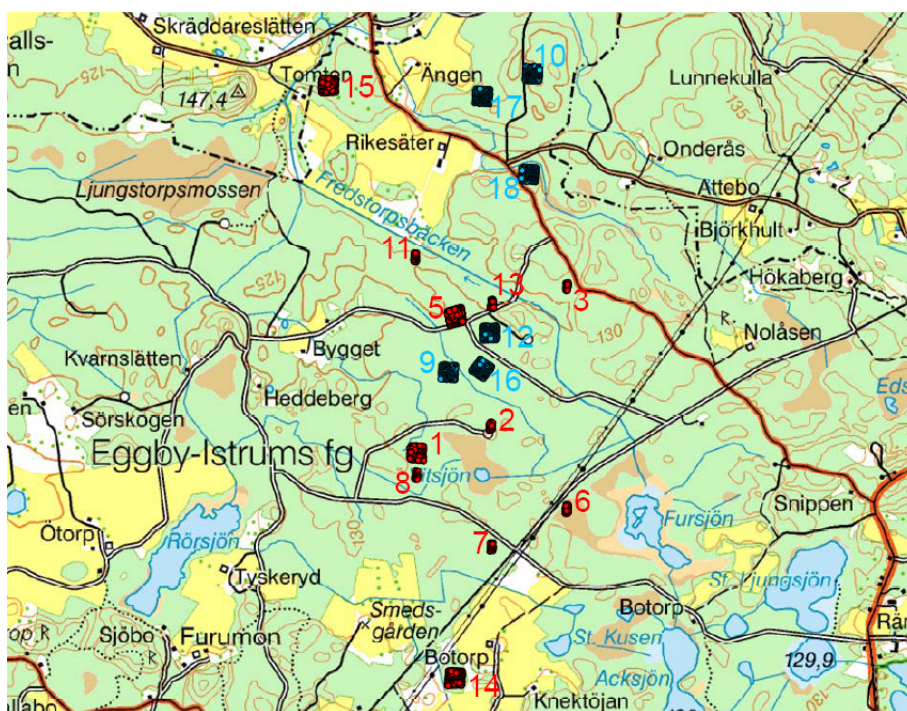
LIDAR-datan behöver därefter *segmenteras*, vilket innebär att vilket område som tillhör vilken trädkrona behöver bestämmas. Diametern för varje identifierad trädkrona behöver skattas.

Nästa delproblem är att ta fram en modell som skattar biomassa för enskilda träd med de parametrar som redan estimerats och att bestämma modellens giltighet.

3 Data från Remningstorp

Som test- och utvärderingsområden användes både täta och glesa skogsområden i Remningstorp (Västra Götaland) (lat. $58,30^{\circ}N$, long. $13,40^{\circ}E$). Trädarterna i området är främst var arterna gran (*P. abies* L. Karst), tall (*P. Sylvestris* L.) och björk (*Betula* spp.). Området har en höjdvariation på 120-145m över havsnivå [2][9].

3.1 Markuppmätt data



Figur 1: Karta över de 17 områden där höjd- och *in situ*-data finns tillgänglig. (©Karta: Lantmäteriverket Gävle 2007, producerad av Johan Fransson och Mattias Magnusson)

För att verifiera träddektoreringsalgoritmerna och segmenteringen användes *in situ*-mätningar som insamlades under hösten 2006 och våren 2007. På grund av stormen Per i Januari 2007 uppdaterades de områden som mättes under 2006 under hösten 2007. Alla träd med en diameter större än 5 cm i brösthöjd är uppmätta. Totalt handlar det om 17 områden och 4358 träd. Områdena kan ses i figur 1 och viss områdesdata i tabell 1. I de områden som

har markerats röda finns data för varje träd om position i RT90-koordinater, trädhöjd, art, stamdiameter, datum för inventering, lutning på träd, stamvolym, biomassa för stam, grenar och löv eller barr, samt för några träd, uppskattad ålder. I de områden som markerats blåa i bilden finns information för trädhöjd endast för ca 10 % av alla träd [9]. Eftersom områdena där markdata finns inte har helt raka kanter, har viss kantdata beskurets så att all höjddata har tillhörande markdata. Antal träd efter beskärningen ses i tabell 1. Område område 16 uteslöts ur vidare analys eftersom markmätningens GPS-koordinater rapporterats vara felaktiga.

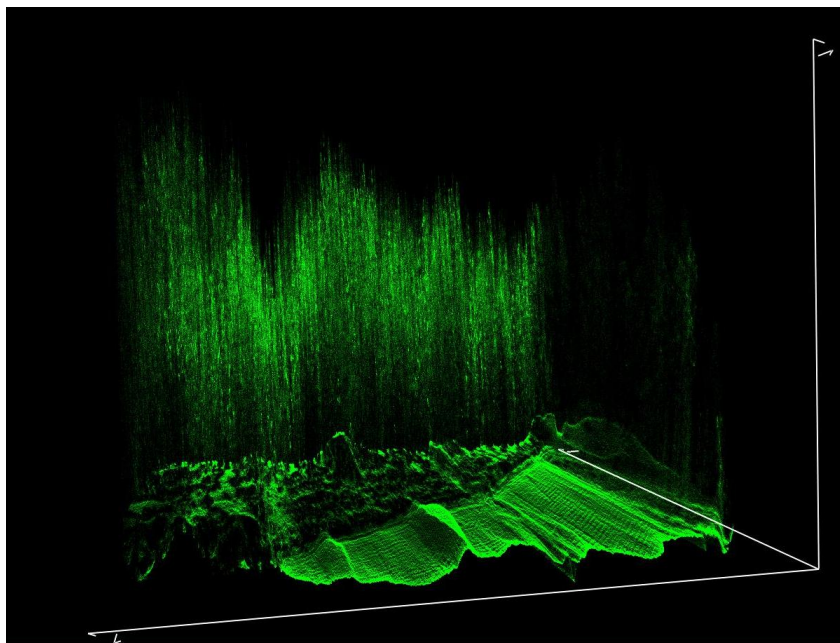
Tabell 1: *Beskrivning av 17 testområden i Remningstorp*

Område	Storlek	Antal Träd	Antal Träd (efter beskärning)	Tidpunkt för inventering
1	80 x 80 m	278	242	Våren 2007
2	20 x 50 m	82	68	Våren 2007
3	20 x 50 m	42	37	Våren 2007
5	80 x 80 m	552	335	Våren 2007
6	20 x 50 m	140	118	Våren 2007
7	20 x 50 m	29	27	Våren 2007
8	20 x 50 m	46	37	Våren 2007
9	80 x 80 m	369	296	Hösten 2006
10	80 x 80 m	424	356	Hösten 2006
11	20 x 50 m	41	38	Våren 2015
12	80 x 80 m	357	353	Hösten 2006
13	20 x 50 m	107	104	Våren 2007
14	80 x 80 m	346	271	Våren 2007
15	80 x 80 m	419	377	Våren 2007
16	80 x 80 m	410	(ej använd)	Hösten 2006
17	80 x 80 m	384	358	Hösten 2006
18	80 x 80 m	332	294	Hösten 2006

3.2 LiDAR-data

LiDAR-data upptogs den 24 april 2007 på en höjd av 130 m över marknivå med laserscanningssystemet TopEye S/N 425 monterad på en helikopter. Pulstätheten var i snitt 30 pulser per m².

LiDAR-datan består av ett moln av punkter i det tredimensionella rummet,

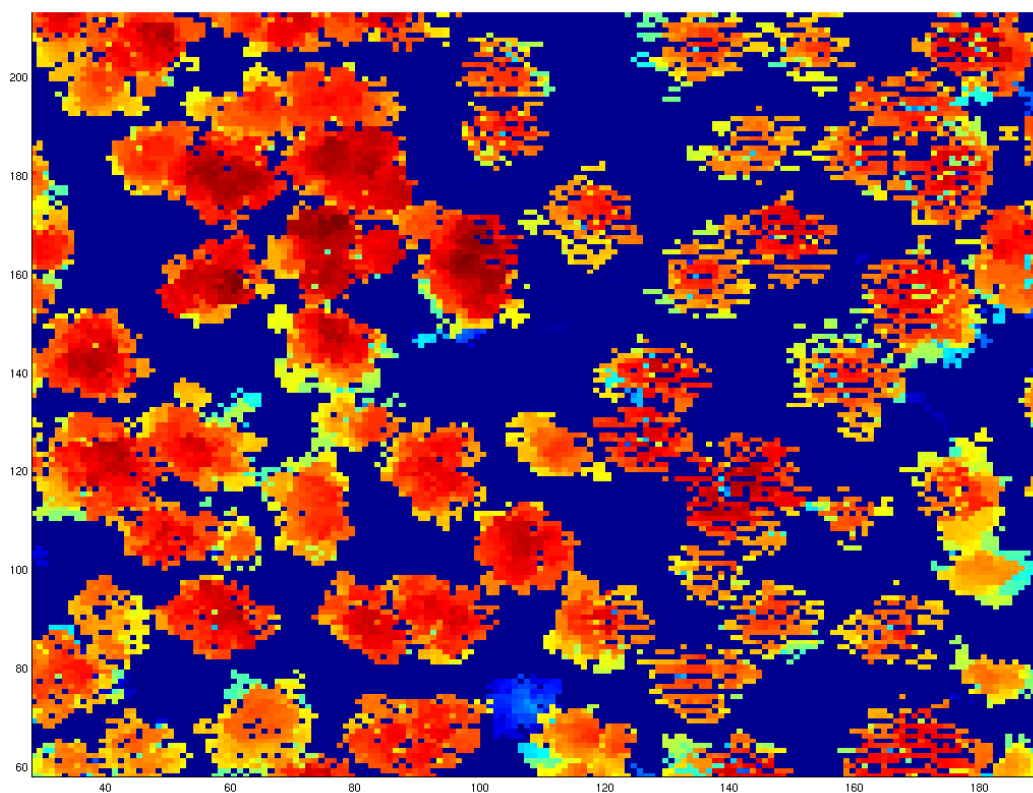


Figur 2: Exempel på hur den obehandlade rådatan, eller punktmolnet kan se ut. På grund av den oerhörda datamängden är det ohanterligt att titta på mer än ett par träd åt gången.

se figur 2. Denna rådata är väldigt stor och därför svårbehandlad. Vi har även erhållit en så kallad DCHM eller *Digital Canopy Height Model* där rådatan tolkas som en tvådimensionell bild där varje *pixel* (i vårt fall 25x25 cm) har ett värde, $f(i, j)$, för höjden i ett detta område. Detta ger en upplösning C_{res} på 0.25 m. I princip är det höjden från den lägsta punkten (marken) till den högsta punkten (trädkronan) inom pixelns område som avgör värdet i pixeln. Se figur 3.

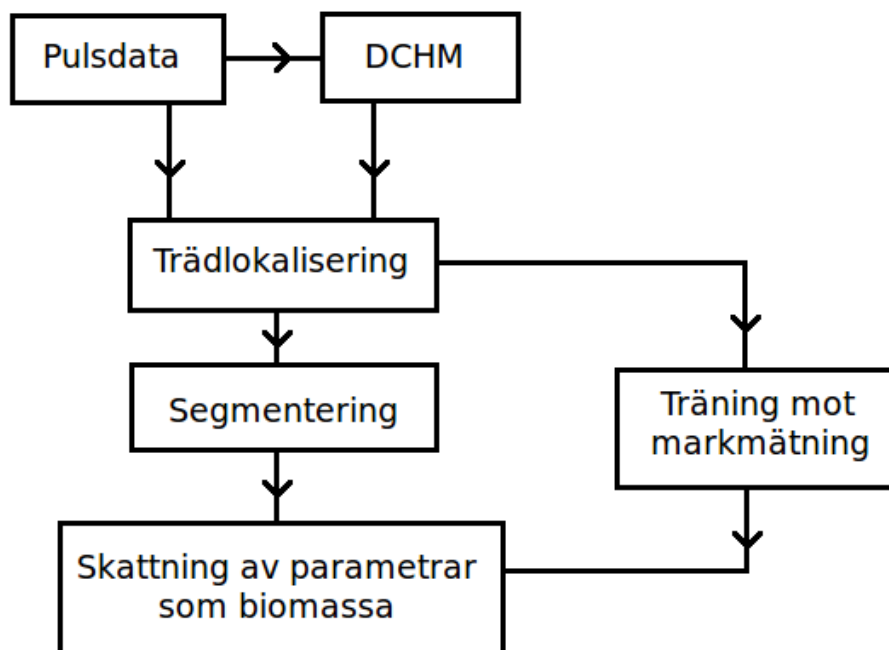
Högupplösta flygfoton finns tillgängliga över testområdena men dessa utnyttjas ej i arbetet.

All rådata har tillhandahållits via institutionen för Radio- och Rymdvetenskap på Chalmers.



Figur 3: Exempel på hur LiDAR-data kan se ut efter konvertering till tvådimensionell bild. Detta är ett smidigt och lättarbetat format.

4 Metod



Figur 4: Hur flödesdiagrammet för skattning av skogparametrar ser ut. Från rådatan lokaliserar träd och trädkronorna identifieras. Sedan bestäms de statistiska sambanden till de eftersökta parametrarna, detta sker till en början via träning mot markmätningar.

I projektet har två olika metoder för trädlokalisering implementerats. Den ena metoden MIMF (*Multiscale Isotropic Matched Filtering*) bygger på bruket av ett filter[5] ursprungligen utvecklat för objekt-detektering. Metoden har tidigare tillämpats för lokalisering av träd i höjddata[4]. Den andra metoden, kallad lokala max-metoden, är mer intuitiv algoritmen som bygger på att identifiera träd genom att i LiDAR-data behandla lokala maxima[14].

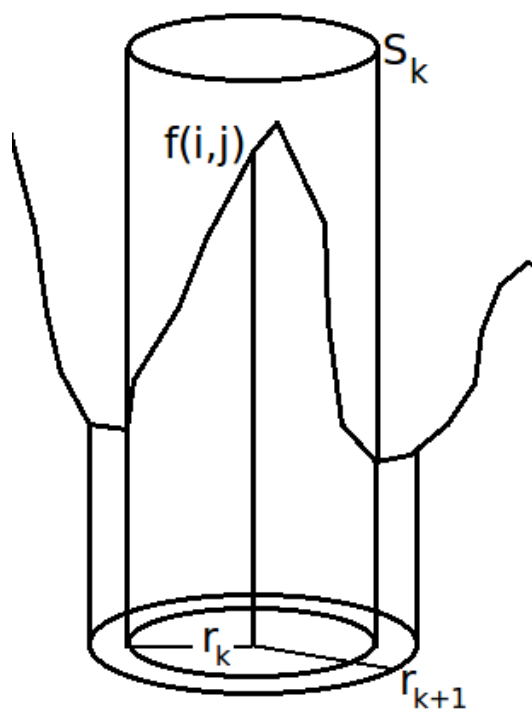
4.1 Multiscale Isotropic Matched Filtering-metoden

MIMF-metoden är en algoritmen som har visat sig ge goda resultat[4]. Istället för att arbeta på ursprungsbilden, filtreras denna för att framhäva de eftersökta objektens karaktäristiska egenskaper. Metoden tillämpas här för att ge en robust, skal- och orienteringsinvariant lokalisering av trädkronor.

4.1.1 Trädlokalisering

Genom att applicera den så kallade MIMF-operatoren Φ , på samtliga bildpunkter och leta efter dess maxima detekteras potentiella träd samtidigt som en skattning av trädkronornas radier görs.

MIMF-operatoren Φ är en matematisk konstruktion som för en given pixel (i, j) undersöker de omgivande pixlarna inom ett diskelement S_k med radie r_k , se figur 5. Den är konstruerad för att ge höga värden till de områden som är höga och runda, precis som träd är.



Figur 5: Exempel på hur lokala skalan anpassas i MIMF-metoden.

Φ definieras enligt:

$$\Phi[f(i, j), S_k] = c^2(i, j, S_k) - \alpha d^2(i, j, S_k) + \beta e^2(i, j, S_k) \quad (1)$$

där $f(i, j)$ är indatan², S_k är ett diskformat element i skala k (med radie r_k), $c(i, j, S_k)$ är ett mått på medelhöjdskillnaden i punkt (i, j) , $d^2(i, j, S_k)$

²Indatan är i form av en DCHM(Digital Canopy Height Model), se figur 3 .

är en estimering av höjdvariansen i S_k 's basarea och $e^2(i, j, S_k)$ uppskattar objektets rundhet. Den sista termen i Φ , $\beta e^2(i, j, S_k)$, är inte väldefinierad men syftar bland annat till att i ett tidigt skede exkludera hus och andra "oregelbundna" objekt såsom bilar (men också träd), och har i vårt arbete försumrats med tanke på testområdets karaktär

Konstanterna α och β bestäms genom den kalibrering som maximerar överensstämmelsen med markdatan i skog av den undersökta typen.

Den dominerande termen i Φ , $c(i, j, S_k)$, definieras enligt

$$c(i, j, S_k) = [f_s(i, j, S_k) - f_q(i, j, Q_k)]^2 \quad (2)$$

där $f_s(i, j, S_k)$ är medelhöjden av alla pixlar inuti diskelementet S_k med radien r_k . Termen $f_q(i, j, S_k)$ är på samma vis medelhöjden av pixlarna i det yttre cirkelsegmentet, mellan r_k och r_{k+1} . c maximerar MIMF-operatoren för situationer liknande dem i figur 5.

Den andra termen, $\alpha \cdot d(i_l, j_l, S_k)$ har med variansen inom diskelementet att göra och definieras som

$$d(i_l, j_l, S_k) = \sqrt{\frac{1}{|S_k|} \sum_{m,n \in S_k(i_l, j_l)} (f_{S_k}(i_l, j_l) - f(m, n))^2} \quad (3)$$

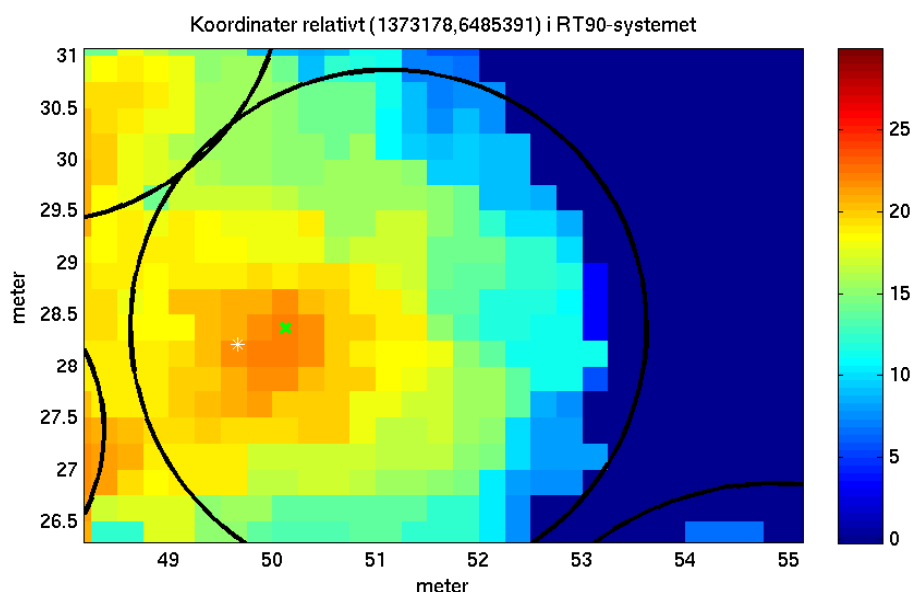
En stor varians, som fås om exempelvis S_k täcker flera träd, "straffar" MIMF-operatoren.

Trubbiga trädkronor har mindre höjdvarians över kronan och således kan $d(i_l, j_l, S_k)$ viktas högre i skog där lövträd dominerar. Med liknande argument kan termen viktas lägre för relativt spetsiga träddarter som gran i barrskog.

Maximeringsvillkoret av MIMF-operatoren Φ som beräknas vid iteration över i, j, r_k skrivs enligt

$$(i_l, j_l) = \arg \max_{(i,j) \in A; (i,j) \notin \tau_l} \Phi[f(i, j), S_k] \quad (4)$$

där (i_l, j_l) är den l 'te maximipunkten i griddan, A är hela området och τ_l maskeringsområdet. När ett nytt maxima hittats läggs detta område till i τ_l så att dess punkter inte räknas med vid den fortsatta iterationen. När ett nytt maxima (i_l, j_l) funnits, undersöks om det sker något överlapp med ett närliggande träd. Om så inte är fallet konstateras det att detta är det l 'te lokaliserade trädet.

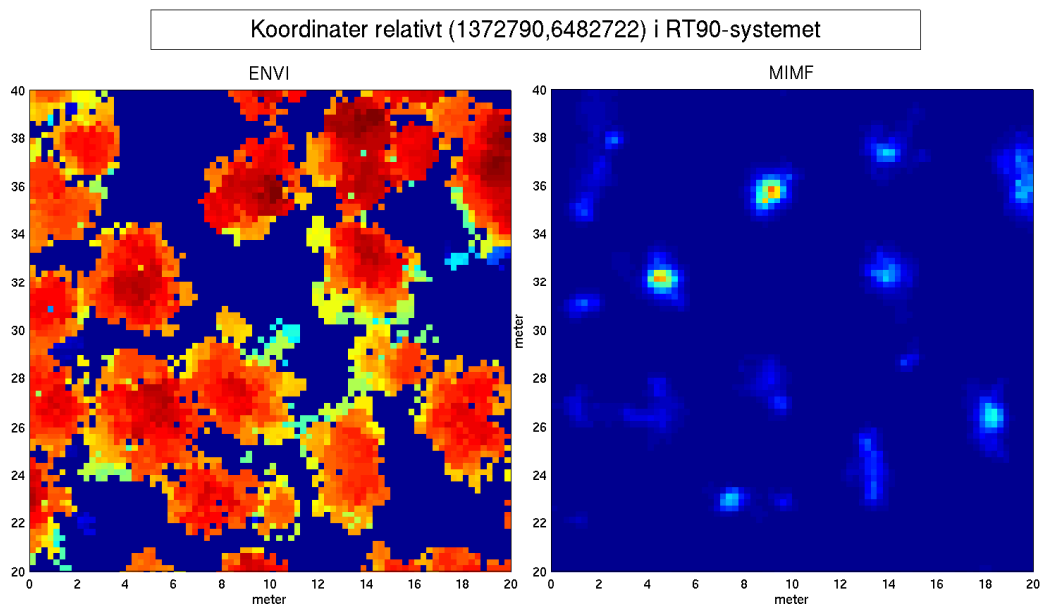


Figur 6: Med MIMF-metoden väljs det lokaliserade trädets höjd efter den högsta punkten inom trädradien, istället för punkten där MIMF lokaliserade trädets. Vit stjärna är träd enligt markmätning, grönt kryss är högsta punkten och den stora svarta cirkeln är trädradien enligt MIMF. Bild från område 18.

När väl träden lokaliserats med MIMF undersöks alla punkter inom deras respektive uppskattade trädkronor och högsta punkten i dessa plockas ut och sätts som respektive trädets nya position. Detta har visat sig ge något bättre överensstämmelse med markdata, förmodligen eftersom MIMF-metoden till sin natur väljer trädposition efter rundheten i omgivningen snarare än den högsta punkten som intuitivt borde ligga närmast stammen. Trädets höjd valdes därför likaså som högsta punkten inom trädkronans yta. För ett exempel, se figur 6, där MIMF-algoritmen tenderar att finna trädets höjd för långt åt öster. Att då välja trädhöjden enligt högsta punkten, det gröna krysset, ger bättre resultat på höjdmätningen.

4.1.2 Skaladaptiv Region-Growingsegmentering

Efter att de potentiella trädkronorna (alla funna Φ_{max}) identifierats måste de tillhörande bildpunkterna segmenteras. På så vis fås en begränsad datamängd tillhörande varje enskilt träd, som går att utnyttja för senare parameterskattning.



Figur 7: Bild på en del av område 14. Före och efter MIMF-filtrering.

Segmenteringsmetoden, en modifierad skaladaptiv och rekursiv region-growing-metod inspirerad av Roman Palenichkas och Marek Zarembas metod i artikeln ”Scale-Adaptive Segmentation and Recognition of Individual Trees” [6], går ut på att med utgångspunkt i en förvald bildpunkt, som till en början överensstämmer med ett lokaliserat träd, kontrollera om närliggande punkter tillhör samma segment och därefter utnyttja de nyfunna punkterna som utgångspunkt. Detta görs genom en rad kriterier som undersöker om viktade andraderivator och höjdskillnader hos grannpunkterna underskrider vissa lokala (adaptiva) tröskelvärden. Tröskelvärdena t_ν utgörs av procentuella belopp γ_ν av höjdens standardavvikelse i en lokal omgivning S_k vars radie r_k bestäms av MIMF-operatören beräknad i tillhörande maxima (i, j) .

$$t_\nu = \gamma_\nu \cdot \sigma = \sqrt{\frac{\gamma^2}{N} \sum_{(m,n) \in S_k} (f(m,n) - \bar{f})^2} \quad (5)$$

där N är antalet höjdpixlar i området S_k , och $f(m, n)$ höjden i pixel (m, n) .

Till skillnad från segmentering med t.ex. watershed eller frön är detta en metod som börjar högst upp och vandrar nedåt. Nackdelen här är att man måste utveckla en rad kriterier som avgränsar vandringen vilket medför svårigheter vid justering av metoden. Exempelvis får regionen inte växa ut och omfatta ett annat närliggande träd. Fördelen å andra sidan är att pixlar kan tillhöra flera olika träd som överlappar varandra. Man skulle kunna, om man vill, vikta ner biomassaskattningar för överlappande regioner med tanke på att ena trädets grenar skymmer det andra och vice versa. Detta har inte gjorts med tanke på att det förmodligen är försumbart i sammanhanget och att det innehåller parametrar som måste undersökas ute i fält.

Rent konkret finns fem villkor implementerade som hanterar justeringen. Dels de två villkor som nämns i referenslitteraturen[6]; nämligen standardavvikelsekontrollen och dalvillkoret, och dels tre egna då vi fann referenslitteraturens villkor otillräckliga eftersom vår data innehåller många träd som ofta separeras av mycket tunna dalar. Därför har vi implementerat ett minstahöjdsvillkor, ett avståndsvillkor och en gräns för uppåtinkludering.

Gränsen för uppåtinkluderingen, ekvation 6, innebär att inga punkter får inkluderas i regionen om de är (minst en procent) högre än den innevarande utgångspunkten och anger på så sätt en inkluderingsriktning nedåt mot kronans botten. Man kan likna detta vid att hålla vatten över själva trädet och lägga till de pixlar över vilka vattnet rinner, dvs inte uppför ett närliggande träd.

$$f(m, n) < \gamma_1 \cdot f(i, j) \quad (6)$$

där $f(m, n)$ är höjden på den undersökta punkten och $f(i, j)$ höjden på den innevarande utgångspunkten.

Standardavvikelsekontrollen, ekvation 7, undersöker om den kontrollerade punkten ligger inom höjdens standardavvikelse i regionen. Det innebär att inga tvära förändringar i höjddled får förekomma.

$$|f(m, n) - f(i, j)| < \gamma_2 \cdot \sigma = t_2 \quad (7)$$

Minstahöjdsvillkoret, ekvation 8 som är första programmatiska villkoret av prestandaskäl, undersöker höjden över marken. Alla pixlar med höjd under en halvmeter mister möjligheten att ingå i ett segment. Uteblir denna kontroll är risken annars att segmentet växer ut i bakgrunden om trädet skulle vara så

beskaffat att det fungerar som en stege ner mot marken och variansvillkoret därmed alltid uppfylls.

$$f(m, n) > 0.5 \quad (8)$$

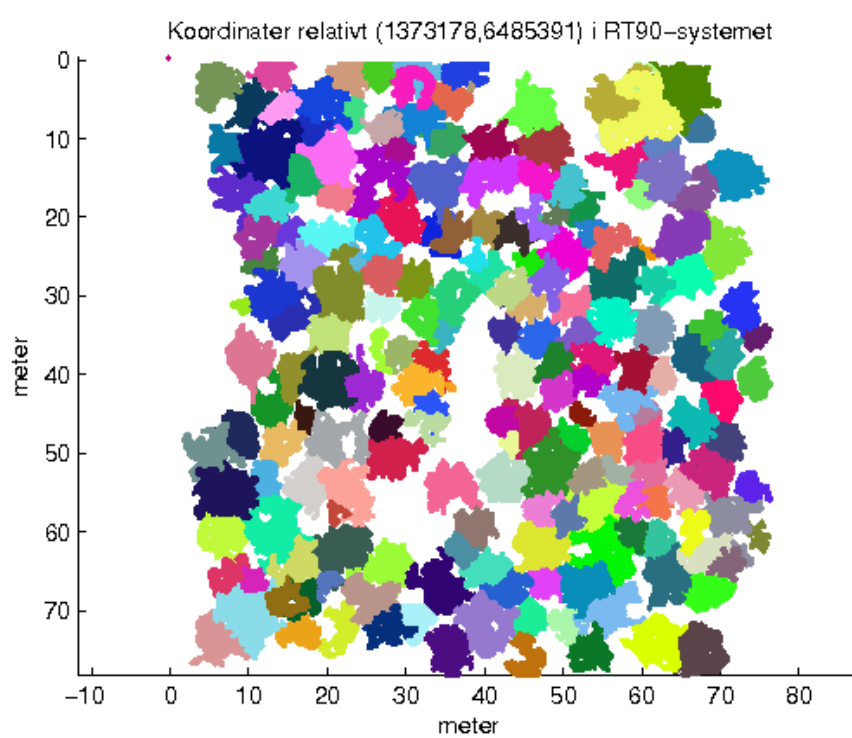
Dalvillkoret, ekvation 9, går ut på att testa ett förberäknat värde på höjdens laplaceoperator i den undersökta punkten mot ett tröskelvärde av samma karaktär som i fallet med standardavvikelsen, för att förhindra att eventuella närliggande träd inkluderas. I vårt fall fungerar dock detta villkor inte helt tillfredsställande, förmodligen med tanke på att upplösningen i antal pixlar per meter är för låg (även om den är så hög den rimligtvis kan bli). Två eller flera närliggande träd kan dock som tidigare nämnts i många fall separeras av en tunn dal med en pixels bredd (oavsett upplösning), vilket är för lite för att dalvillkoret alltid ska vara tillräckligt noggrant.

$$f_{xx}(m, n) + f_{yy}(m, n) < \gamma_3 \cdot \sigma = t_3 \quad (9)$$

Eftersom vissa segment ändå har tendensen att expandera ut i träddalarna ser avståndsvillkoret, ekvation 10, till att punkter som ligger längre bort än dubbla uppskattade trädradien (den lokala skalan) utesluts.

$$\|(i, j) - (m, n)\| < 2 \cdot r_k \quad (10)$$

Slutligen har segmenteringvillkorens parametrars inbördes viktningar utvärderats genom att justera en parameter i taget och manuellt per träd jämföra med medianfiltrerad höjddata för visuellt bästa segmenteringsresultat. Parametrarnas numeriska värden finns listade i tabell 6, sektion 5.3.

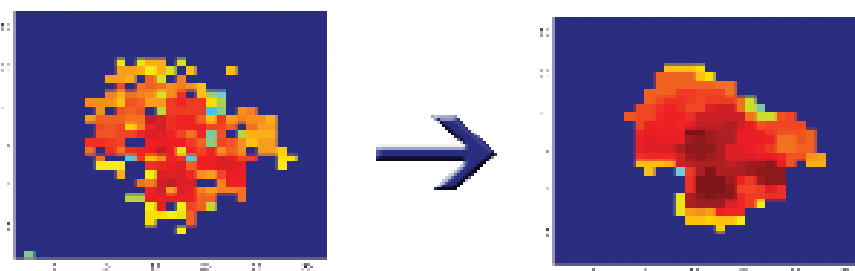


Figur 8: Bilden visar område 18 efter segmentering med den modifierade skaladaptiva Region-Growingmetoden.

4.2 Lokala Max-metoden

Lokala max-metoden bygger på en algoritm som kallas "Gradient ascent" eller "Gradientstigning" för att hitta lokala maxpunkter. Genom att starta i en punkt på en yta och undersöka gradienten i alla riktningar hittar man den riktning där den positiva lutningen är som störst. Metoden stegar sedan vidare med steglängd proportionell mot gradienten i den funna max-riktningen. Proceduren upprepas tills steglängden är tillräckligt liten. Denna funna punkt räknas då som ett lokalt maxima. Den lokala max-metoden som använts här kan beskrivas som en diskretisering av Gradientstignings-metoden på punktnivå. Algoritmen lämpar sig väl för att lösa problemet med trädidentifieringen, eftersom trädtoppen på ett träd kan ses som just ett lokalt maxima i höjddata.

4.2.1 Filtrering

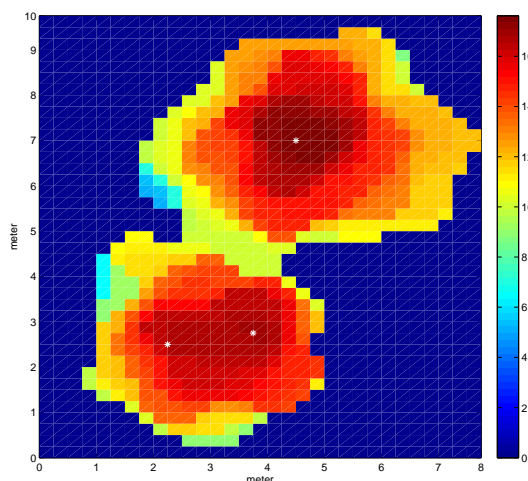


Figur 9: *Ett litet område ur höjddatan vänstra bilden är före filtrering och högra bilden visar hur datan blivit filtrerad med ett medianfilter.*

Den höjddata som tillhandahållits är brusig med hål där lasern gått igenom trädkronan. För att kunna tillämpa lokala max-metoden behöver den filtreras så att bruset reduceras och ytan jämnas ut. För detta syfte användes ett medianfilter. Ett medianfilter stegar igenom alla punkter i till exempel en bild och räknar ut medianen ut för ett $N \times M$ pixlar stort område runt denna pixel och ersätter pixelvärdet med detta[13]. Det filter som används i Lokala Max-metoden undersöker bara varje pixels omedelbara närhet, området blir då 3×3 pixlar stort område. För jämna ut höjddatan tillräckligt medianfiltrerades den två gånger. Om inte höjddatan skulle filtreras så skulle flertalet pixlar inom väldigt små områden räknas som lokala maximum. Figur 9 visar höjddata för ett litet område, före och efter filtrering.

4.2.2 Trädlokalisering

När höjddatan jämnats ut med hjälp av medianfiltret kan själva trädtoppsdetektionen sättas igång. Lokala max-metoden startar i en punkt i höjddatan och undersöker höjdskillanden till alla närliggande punkter enl fig 10. Metoden stegar sedan vidare i den riktning som ger mest ökning i höjd. Detta upprepas tills metoden stegat till en punkt var omgivning är lägre eller lika hög som punkten självt. Denna punkt märks ut som ett lokalt max. Detta utförs för samtliga punkter i utvalt område och de lokala maxima som hittas anses vara trädtoppar.



Figur 10: *Det aktuella området efter att trädlokaliseringens algoritmen körts.*

4.2.3 Segmentering

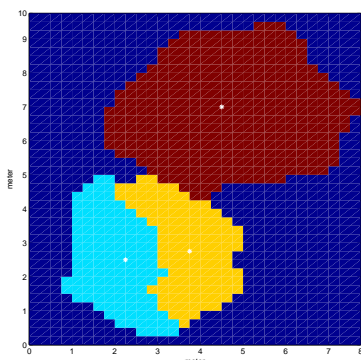
Samtidigt som metoden stegar igenom alla pixlar för att hitta lokala max så noteras vilka punkter som vandrat till vilket max. De punkter som leder till samma maxima bildar den yta som räknas som trädtoppens trädkrona.

4.2.4 Efterfiltrering

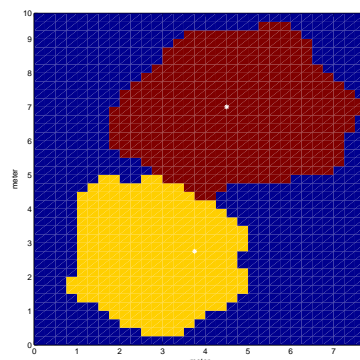
Ett verkligt träd som kan ha flera lokala maxima som trots filtrering hittats av metoden, vilket ses i understa området i 11. För att förhindra att metoden

identifierar dessa maxima som separata träd så väljs en minsta gräns, r_{merge} för hur nära två lokala max får ligga. Om avståndet mellan två eller flera max är mindre än r_{merge} , slås dessa samman och det högsta av dessa blir det nya maximat. De segmenterade områdena som tillhörde de närliggande maximan slås nu ihop och bildar ett enda enhetligt område, se figur 12.

Trots ihopslagningen av tätt liggande maximan så återstår träffar som har väldigt liten kronarea och med stor sannolikhet inte är riktiga träd. För identifierade träd med en diameter under ett valt gränsvärde, D_{min} , filtreras därför bort ur segmenteringen och räknas inte som ett funnet träd.



Figur 11: Två segmenterade trädkronor. I den ena har algoritmen hittat två stycken maxima som räknas som trädtoppar



Figur 12: Efter filtrering har de två maxställerna slagits ihop till en att nu räknas som en enda trädtopp.

För att skatta trädkronas diameter, som är intressant för parameterbestämningen, summeras antalet pixlar S som hör till det lokala maximat. Varje pixel har en area, $A_{pixel} = \frac{1}{16} \text{ m}^2$ och arean kan för hela kronan kan därför uttryckas enl ekvation 11.

$$A_{trädkrona} = \sum_S A_{pixel} \quad (11)$$

Trädkronans diameter beräknas genom att approximera kronans form som en cirkel. Sambandet mellan diameter och trädkrona kan då skrivas som ekvation 12.

$$D = 2\sqrt{\frac{Area}{\pi}} \quad (12)$$

För varje identifierat träd finns nu parametrarna position, maxhöjd samt trädkronans utbredning, area och radie.

4.3 Matchning mot markdata

Då algoritmer för detektion av träd utvecklas är det självklart viktigt att kunna avgöra riktigheten i resultaten. Detta sker genom validering mot markdata vilket innebär data från markmätningar av de områden som undersöks. De resultat eller funna träd som fås ur algoritmerna måste då jämföras med markdatan och ”paras” med markdataträd. Hur detta sker och verktyg för att jämföra resultaten går igenom i de efterföljande avsnitten.

4.3.1 Matchning med träd från markmätning

Då metoden identifierat träd i höjddata ska dessa paras med ett markdataträd. Detta sker genom att undersöka om det finns ett markdataträd inom varje identifierat träds radie. I så fall räknas detta som en matchning. Om fler än ett markdataträd ligger inom radien för det identifierade trädet så väljas det träd som ligger närmast samt har en höjd som ligger inom en gräns på $\pm 30\%$ utav det identifierade trädets höjd. Om höjddata saknas för markdataträden väljs det träd som är närmast.

Det ska även nämnas att i några områden, mest anmärkningsvärt i område 10, är markdatan förskjuten lite jämfört med höjddatan. Förskjutningen gäller endast i västlig riktning. Detta är lätt hänt vid skogsinventeringen om utgångspunkten för koordinatmätningen placeras fel. Därför infördes en offset av markdatan vid matchningen av träd. Denna förskjutning gjordes för hand genom att jämföra höjddata mot markmätningar. I resultatet presenteras förskjutningen.

4.4 Skattning av trädparametrar

De trädparametrar som fås vid undersökning av DCHM-bilden och punktdata är sällan de mest intressanta. De metoder som diskuterats här ger position, höjd och kron diameter vilket kan vara intressant, men ofta är stammens biomassa eller stamvolymen mer intressant ur ett produktionsperspektiv.

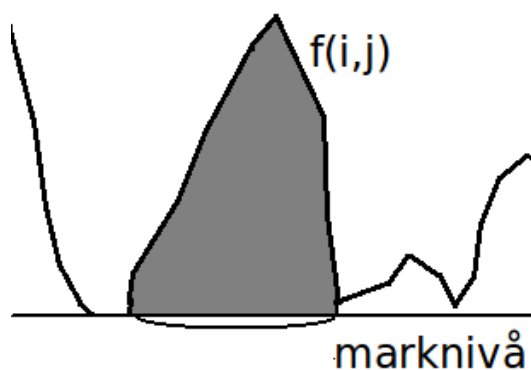
4.4.1 Skattning av biomassa

Det finns ett samband mellan de parametrar som direkt kan mätas (exempelvis höjd och krondiameter) och biomassan. Med hjälp av några antaganden om detta samband och träningsdata går det att skatta detta samband.

För det första borde sambandet vara multiplikativt och inte additivt. För förklaring av dessa termer, se ekvation 13. Ökar höjden en liten längd dh bör biomassan öka med motsvarande dM där dM även beror av hur tjock stammen är exempelvis. Detta är ej möjligt med det additiva sambandet.

$$\text{Additivt: } Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots \quad (13)$$

$$\text{Multiplikativt: } Y = k X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} \dots$$



Figur 13: Ett lokaliserat träd sett från sidan. Det grå området spänns av marken och DCHM, och utgör en sorts volym hos trädet. Denna volym används vid skattning av trädets biomassa.

De olika X_i som valts till att bestämma biomassan är höjden hos trädet ($= h$), krondiametern hos trädet ($= d$) och den volym som spänns av kronan och marken ($= v$). Denna volym förklaras enklast av figur 13. Med dessa parametrar skrivs ekvationen för biomassa ($= M$) hos ett träd upp som

$$\hat{M}' = a \cdot h^{\alpha_1} \cdot d^{\alpha_2} \cdot v^{\alpha_3} \quad (14)$$

För att kunna bestämma exponenterna med minsta kvadratmetoden så lineariseras problemet genom att logaritmera båda led:

$$\log(\hat{M}') = \log(a) + \alpha_1 \log(h) + \alpha_2 \log(d) + \alpha_3 \log(v) \quad (15)$$

Med matchningen mellan de lokaliserade träden och träden från markmätningarna är det sedan möjligt att bestämma de konstanter a och α_i som finns i ekvation 15. Dessa konstanter bestäms med minsta-kvadrat-metoden så att felet blir så litet som möjligt, vilket görs genom att använda biomassan från markmätningarna i vänsterledet och de skattade parametrarna h, d och v i högerledet.

Då en skattning likt den i ekvation 15 görs fås ett systematiskt fel. Bias, B definieras som

$$B = \sum (M_k - \hat{M}'_k) = \sum M_k - \sum \hat{M}'_k \quad (16)$$

där M_k är det uppmätta värdet och \hat{M}'_k det skattade värdet. Helst vill man ha $B = 0$ men så blir det sällan på grund av ett systematiskt fel. För att tvinga ner B mot noll modifieras skattningen av biomassan till

$$\hat{M}_k = \hat{M}'_k \cdot \frac{\sum M_k}{\sum \hat{M}'_k} = \hat{M}'_k \cdot K \quad (17)$$

Med denna nya skattning fås ett bias

$$B = \sum M_k - \sum \hat{M}_k = \sum M_k - \sum \hat{M}'_k \cdot \frac{\sum M_k}{\sum \hat{M}'_k} = 0 \quad (18)$$

Skattningen av biomassa, korrigerad för det systematiska felet ser alltså ut som

$$\hat{M} = K \cdot a \cdot h^{\alpha_1} \cdot d^{\alpha_2} \cdot v^{\alpha_3}; \quad K = \frac{\sum M_k}{\sum \hat{M}'_k} \quad (19)$$

4.4.2 Kronvolymkattning

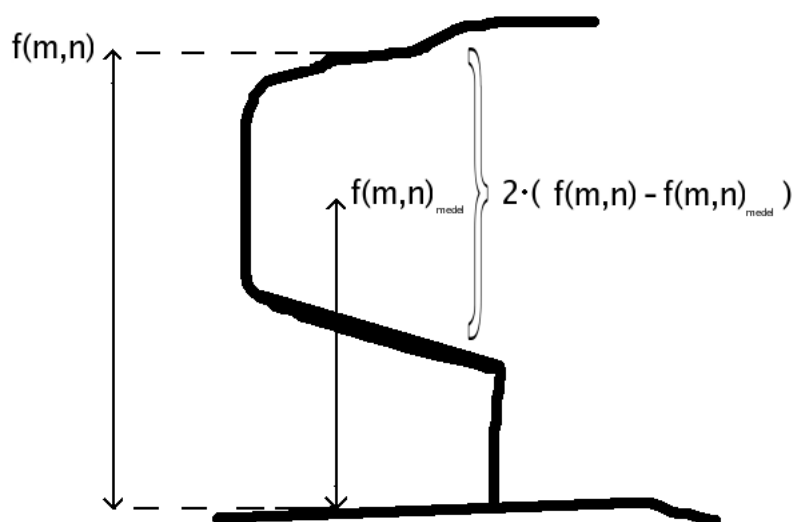
Med volymen V avses här den volym hela trädet upptar inklusive utrymmet mellan grenar och blad. Summan av alla höjder inom trädets tillhörande segment S multiplicerat med pixlarnas totala markyta används som bas för denna siffra, där en pixels markyta bestäms av pixelns upplösning i meter C_{res} i kvadrat.

$$V = \sum_{(m,n) \in S} f(m,n) \cdot C_{res}^2 \quad (20)$$

4.4.3 Kronvolymkattning med punktdata

Nackdelen med att enbart räkna på högsta punkterna för volymkattningen är att volymen överdrivs. På grund av detta har en alternativ volymkattningsalgoritm baserad på punktdata tagits fram. Denna filtrerar bort markpunkter genom att sälla bort alla punkter under 1 meter över lägsta punkten i det specifika trädets segmenteringsregion för att sedan räkna ut ett medelvärde av punkthöjderna $f_{medel}(m, n)$ i varje pixel som tillsammans med markytan och högsta punkten ger ett värde på trädets volym enligt ekvation 21.

$$V_{punkt} = \sum_{(m,n) \in S} 2 \cdot (f(m, n) - f_{medel}(m, n)) \cdot C_{res}^2 \quad (21)$$



Figur 14: Figuren illustrerar hur punktdata används vid volymkattningen.

4.5 Statistiska mått

Då de lokaliserade träden matchats med träd från markdatan går det sedan att utifrån dessa beräkna ett par parametrar som kan användas för att utvärdera algoritmernas resultat.

Genom att undersöka andelen matchade träd av alla identifierade träd fås

ett "mått" på hur säkra dessa identifieringar var. Detta kallas då β_{lok}

$$\beta_{lok} = \text{Andel matchade lokaliserade träd} = \frac{\text{Antalet matchade träd}}{\text{Antal lokaliserade träd}} \quad (22)$$

Ett värde $\beta_{lok} = 1.0$ innebär att alla av metoden funna träd faktiskt klassades som korrekta. Ett lågt värde innebär att algoritmen hittat en stor andel träd som ej kunnat matchas med något markdataträd. Detta är ett bra mått på träffsäkerheten hos algoritmen, om den hittar rätt, eller bara gör blinda gissningar.

Genom att undersöka kvoten mellan antalet matchningar och hur många träd som finns i markmätningarna fås ett mått på hur många av de verkliga träden som identifierades av algoritmen. Detta mått kallas härmed β_{mark} och definieras enligt

$$\beta_{mark} = \text{Andel matchade markdataträd} = \frac{\text{Antalet matchade träd}}{\text{Antal markdataträd}} \quad (23)$$

Ett värde $\beta_{mark} = 1.0$ innebär att alla markträd hittades. Detta är ett bra mått på hur effektiv algoritmen är i det avseendet att det visar hur många av markdataträden som hittades.

Vid en utvärdering bör man undersöka bägge kvoterna. Ett högt värde hos β_{mark} , men ett lågt β_{lok} är inte bra eftersom detta tyder på att långt fler träd lokaliserades i höjddatan än vad som fanns i verkligheten, och det innebär att det höga värdet på β_{mark} ej är värt så mycket.

Vice versa gäller också att ett högt värde hos β_{lok} och ett lågt β_{mark} ej är fördelaktigt då detta tyder på att endast några få träd lokaliserades i höjddatan.

Det är inte alltid intressant att veta den procentuella andelen träd som algoritmen fann. Många träd kan vara små och är då svåridentifierade samtidigt som de ej spelar särskilt stor roll. Om de träd som inte detekteras av metoden är små så bör det räknas som ett mindre allvarligt fel än om ett stort träd missas i detektionen. Detta gäller även för de träd som felaktigt detekteras. Det är allvarligare att felaktigt detektera ett stort träd än att felaktigt detektera ett litet träd.

Vad som ofta är mest intressant att undersöka är andelen biomassa som identifierats av algoritmen. Detta är den verkliga biomassan i stammen uppmätt under markmätningarna och som används i beräkningen. Den biomassan är framtagen enligt de formler som togs fram av Marklund, 1948[?].

$$\gamma = \frac{\text{Hittad biomassa}}{\text{All biomassa}} \quad (24)$$

γ är kanske det viktigaste instrumentet för att utvärdera de två metoderna för att identifiera träd i höjddatan.

4.6 Root Mean Square Error

Ett vanligt använt mått på skillnader mellan skattade och verkliga värden i en modell är dess RMSE (Root Mean Square Error)[11]. Den definieras som

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|\hat{y}_k - y_k\|^2} \quad (25)$$

där y_k är någon parameter och \hat{y}_k är en funktion av observerad data som försöker skatta y_k .

4.7 Konfidensintervall

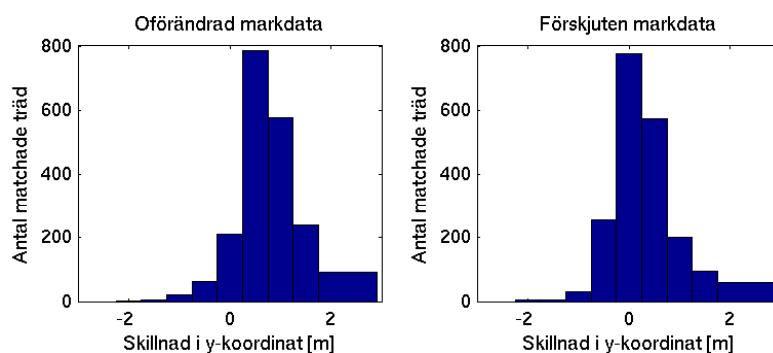
Ett konfidensintervall är ett intervall som med viss sannolikhet innehåller det sanna värdet av det som mäts[11]. Ofta talas det om 95%-konfidensintervall och då är det 95% sannolikhet att den verkliga siffran ligger inom detta område.

5 Resultat

Resultatet består av i huvudsak två delar. Först presenteras resultaten från kalibreringen av markdata och därefter gås de två metoderna för att detektera och segmentera träd, MIMF och lokala max, igenom. Dessa jämförs mot varandra och skillnader så väl som styrkor och svagheter påpekas. För utvärderingen av de två trädlokaliseringmetoderna används alla matchade träd.

Sedan presenteras hur väl de eftersökta parametrarna som biomassa och höjd skattades. I denna databehandling delas datasetet upp i två subset, mer precist i träningsdata och valideringsdata. Detta görs för att undersöka om de framtagna modellerna är robusta och klarar otränad data. Områdena 1-11 angavs som träningsdata och de resterande valdes som valideringsdata vilket gav ungefär 1500 träd i varje dataset. Modellen anpassades till träningsdatan och validerades sedan mot valideringsdatan.

5.1 Kalibrering av markmätningar



Figur 15: Hur skillnad i y -koordinat mellan lokaliserat och markmätt träd ser ut före respektive efter kalibrering av markdata. Data från alla områden och MIMF-metoden.

Något som tidigt märktes i projektet var att de i markmätningarna uppmätta koordinaterna tenderade att vara något förskjutna i västlig riktning jämfört med LiDAR-datan. Därför infördes en förskjutning av markdatan för att motverka detta och resultatet redovisas i figur 15. Förskjutningen utfördes genom att visuellt jämföra lidardata med data från markmätningarna. Med okalibrerad markdata ligger medelvärdet av skillnaden i y -koordinat på 0.73 m, med kalibrerad markdata ligger samma medelvärde på 0.29 m. I

nordlig riktning observeras ingen förskjutning utom i område 3 som försköts 3.5 m i sydlig riktning. I område 2, 13, 14, 15, 17 behövdes ingen kalibrering. Förskjutningen i y-riktning som användes för kalibreringen av markdatan redovisas i tabell 2.

Tabell 2: *Förskjutning i östlig riktning av markdata vid kalibrering.*

Område	Offset [m]
1	1.00
5	1.00
6	1.00
7	1.00
8	1.00
9	0.50
10	0.75
11	0.50
12	0.50
18	1.00

5.2 Utvärdering av de två trädtektionsmetoderna

Utvärderingen av de två trädlokaliseringmetoderna görs genom att först undersöka varje område och sedan jämförs stora och små områden för att eventuellt se hur storleken på området påverkar metoderna. För utvärderingen används de mått som presenterades i avsnitt 4.5. Sedan jämförs höjder hos lokaliserade träd med motsvarande markmätta höjder och även skillnader i koordinater.

I tabell 3 presenteras

$$\beta_{lok} = \frac{\text{antal matchningar}}{\text{antal identifierade träd}}$$

$$\beta_{mark} = \frac{\text{antal matchningar}}{\text{antal träd i markdata}}$$

$$\gamma = \frac{\text{identifierad biomassa}}{\text{all biomassa}}$$

som härlett i avsnitt 4.5.

Varje områdes resultat ges på två rader, en rad per metod. Antal funna träd är antal av metoden lokaliserade träd. Lokala max-metoden finner generellt

Tabell 3: Statistik över de två träddetektionsalgoritmerna, för områdena 1-18.

Område	Metod	Funna träd	β_{lok}	β_{mark}	γ	Typ av skog
1	mimf	168	0.86	0.60	0.87	Mycket tall
	lok.max	216	0.73	0.65	0.94	
2	mimf	31	0.81	0.37	0.67	
	lok.max	44	0.73	0.47	0.81	
3	mimf	28	0.75	0.57	0.87	
	lok.max	37	0.62	0.62	0.91	
5	mimf	182	0.84	0.46	0.76	
	lok.max	240	0.75	0.54	0.87	
6	mimf	44	0.95	0.36	0.61	
	lok.max	58	0.78	0.38	0.59	
7	mimf	34	0.74	0.93	0.97	
	lok.max	44	0.57	0.93	0.97	
8	mimf	36	0.78	0.76	0.88	
	lok.max	43	0.65	0.76	0.92	
9	mimf	237	0.79	0.64	0.79	
	lok.max	300	0.72	0.73	0.89	
10	mimf	267	0.93	0.69	0.79	
	lok.max	305	0.90	0.77	0.87	
11	mimf	36	0.89	0.84	0.91	
	lok.max	44	0.80	0.92	0.98	
12	mimf	279	0.91	0.72	0.83	
	lok.max	346	0.85	0.83	0.92	
13	mimf	48	0.81	0.38	0.79	
	lok.max	57	0.79	0.43	0.85	
14	mimf	213	0.93	0.73	0.86	Mycket björk
	lok.max	231	0.89	0.76	0.90	
15	mimf	221	0.79	0.46	0.78	
	lok.max	296	0.70	0.55	0.88	
17	mimf	263	0.94	0.69	0.83	
	lok.max	307	0.90	0.77	0.90	
18	mimf	223	0.89	0.68	0.80	
	lok.max	294	0.82	0.82	0.93	

fler träd än MIMF-metoden, till exempel i område 1 finner MIMF-metoden 168 st träd och lokala max-metoden 216 st.

När dessa lokaliserade träd matchas mot markdatan fås mer användbar in-

formation. Andelen av de lokaliserade träden som faktiskt kunde matchas mot träd från markmätningarna anges med β_{lok} . MIMF-metoden verkar vara säkrare i sina identifikationer av träd med högre värde på β_{lok} , i snitt 7 procentenheter säkrare än lokala max-metoden.

Kvoten av de matchade träden och totala antalet träd i markmätningarna, även kallad β_{mark} , ges i den tredje kolumnen. Lokala max-metoden hittar i genomsnitt 8% fler av träden från markmätningarna än MIMF-metoden.

Vad det gäller andel lokaliserad biomassa, γ , hittar lokala max- och MIMF-metoden i snitt 90% respektive 81% av den markmätta biomassan.

I område 2, 3, 5, 6, 13 och 15 hittar båda metoderna få av markdataträden, men den funna biomassan är betydligt högre. Detta tyder på att de stora och viktiga träden identifierades men många små träd missades. I område 13 identifieras endast 43% av alla träd, men 85% av biomassan identifieras.

Studerar man dessa områden finns det många markdataträd i stora klungor som ej syns i DCHM eller höjddata vilket tyder på att de döljs av större träd.

Testområden kategoriseras i små och stora områden för att undersöka huruvida de små områdena straffas av "kanteffekter" i högre grad. Vid kanterna är det inte troligt att detektionen fungerar optimalt då det kan finnas halva trädkronor. Även vid eventuell filtrering skulle kanterna kunna påverkas negativt.

Genom att räkna samman alla träd i dessa två grupper, stora och små områden, fås medelvärden för dessa två grupper. Se tabell 4. Resultaten för de små områdena är likvärdiga med de från de stora områdena.

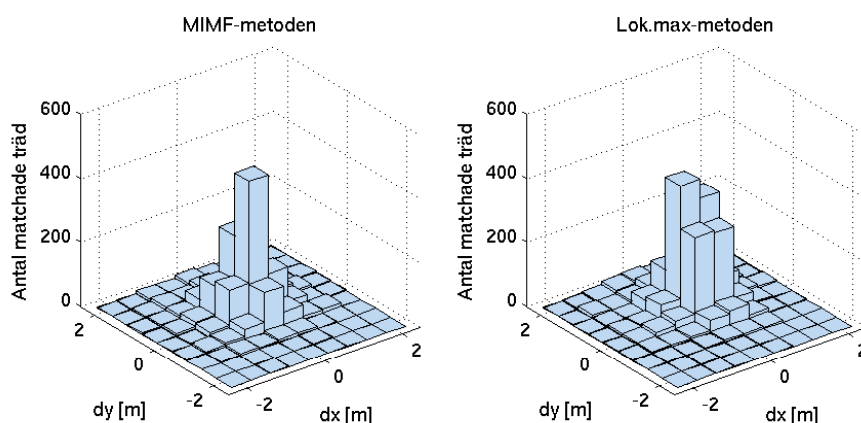
Tabell 4: *Totalt över de små, respektive stora områdena.*

Område	Metod	β_{lok}	β_{mark}	γ
Små områden	mimf	0.85	0.59	0.83
	lok.max	0.75	0.63	0.89
Stora områden	mimf	0.88	0.64	0.81
	lok.max	0.81	0.72	0.90
Alla områden	mimf	0.87	0.63	0.81
	lok.max	0.80	0.71	0.90

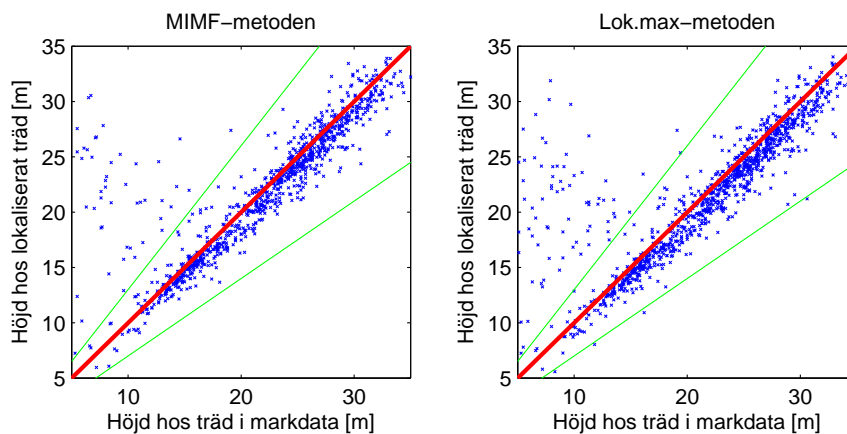
5.2.1 Resultat av matchningar

För att få ett mått på hur väl de matchade träden stämmer överens kan höjd- och koordinatskillnad undersökas för varje enskilt träd.

I figur 16 syns skillnad i x- och y-led för de matchade träden. Vad det gäller RMSE för avståndet mellan lokaliserade trädet och det matchade trädet var den för MIMF-metoden 0.88 m och för lokala max-metoden 0.94 m.



Figur 16: Hur den lokaliserade positionen skiljer sig från den markmätta. Data från alla områden.



Figur 17: Hur höjden hos det lokaliserade trädet beror av höjden hos markträdet. Idealt är att höjderna har ett 1:1-förhållande, vilket symboliseras av den röda linjen. De gröna linjerna illustrerar den gräns på 30% höjddifferens som gäller om det finns flera markmätningsträd att matcha mot. Data från alla områden.

Hur höjden hos det lokaliserade trädet följer höjden hos motsvarande träd i

markdatan är ett mått på hur väl träden matchats. Idealt är ett 1:1-samband om matchningarna stämmer. I figur 17 finns detta samband plottat och till hög grad följs det ideala fallet. Det är endast de korta träden under 15 m som av de båda metoderna anses ha betydligt högre höjder. Detta förklaras av att dessa låga träd troligtvis har en högre granne i närheten vilket lett till att en högre höjd blivit lokaliserad. Root Mean Squared Error (RMSE) för höjden av träden för MIMF-metoden är 3.7 m och för Lokala max-metoden 3.8 m.

5.3 Parametrar i MIMF-metoden

Av de termer som ingår direkt i MIMF-operatören används α för att vikta höjdvarianstermen och optimeras genom träning mot markdata. I [4] används ett värde 0.7, för vår data visade sig $\alpha = 0.9$ ge något bättre resultat. Skillnaden beror troligtvis på att testområdena i [4] innehöll en större andel lövträd.

β ingår i MIMF-operatören för att vikta den tredje termen. Mindre viktig och uteslöts ur detta projekt.

r_{\min} och r_{\max} anger minsta respektive största radien som MIMF-metoden använder för att maximera MIMF-operatören.

Δr är skillnaden i två lokala skalor, $\Delta r = r_{k+1} - r_k$ och avgör hur precis skattningen av radien blir. Mindre Δr innebär större beräkningar. Dock är det så att många beräkningar görs flera gånger och det är i teorin möjligt att öka precisionen hos bestämningen av trädradien utan någon större ökning av beräkningstiden.

Algoritmen letar efter träd tills inga fler värden på MIMF-operatören $\Phi > \Phi_{\min}$ hittas, då avslutas sökandet. Detta värde beror på typ av skog och behöver testas fram. För vår typ av skog ger ett värde $\Phi_{\min} = 0.5$ bra resultat.

Första parametern γ_1 i tabell 6 betyder specifikt, för att återknyta till segmenteringsmetoden, att pixlar som ligger högre än 0.75% av innevarande punkts höjd inte läggs till i segmentet och att pixlar som har lika stor höjd läggs till. Den andra parametern säger att höjdskillnaden till pixeln intill inte får skilja sig mer än 60% av den lokala standardavvikelsen σ . Och tredje parametern att laplaceoperatorns värde i den kontrollerade pixeln inte får vara större än $1 \cdot \sigma$. Med given dataupplösning och skog har dessa värden funnits

Tabell 5: *Parametrar som ingår i MIMF-algoritmen.*

Parameter	Värde
α	0.9
β	0
r_{\min}	1.5m
r_{\max}	3m
Δr	0.25m
Φ_{\min}	0.5

Tabell 6: *Parametrar som ingår i MIMF-segmenteringen.*

Parameter	Värde
γ_1	1.0075
γ_2	0.6
γ_3	1

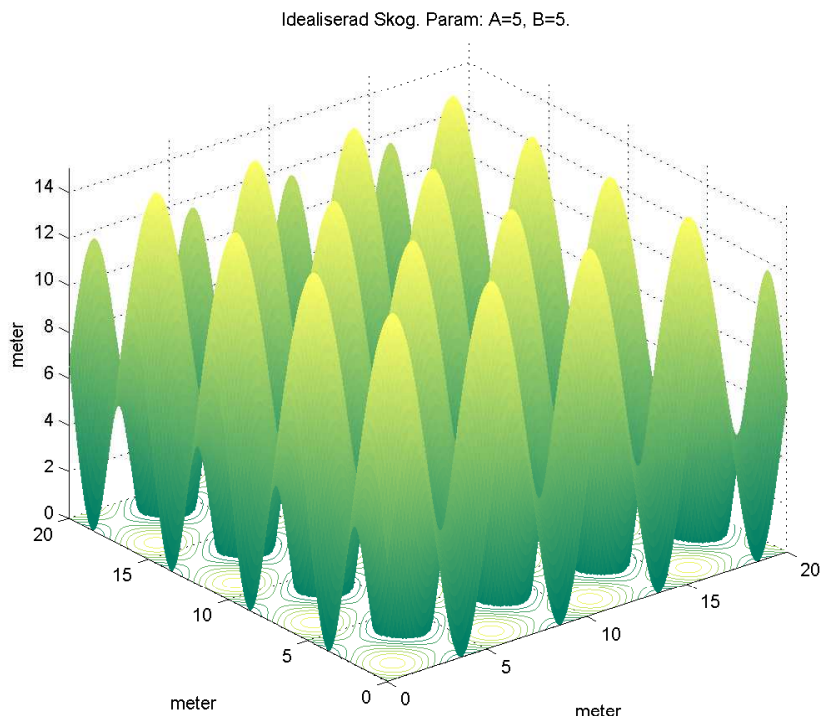
fungera väl, även om ett parameterintervall som leder till bättre volymskattning förmodligen är möjligt, t.ex. vid utvärdering mot statistik på resultat.

Vi har även testat segmenteringens dalvillkor på en idealiserad skog $z = A \cdot (\sin^2(x) + \sin^2(y)) + B$, där A är en konstant som bestämmer höjden och B överlappningen, se figur 18. $z < 0$ sätts till $z = 0$ som i vår skog. Det visar sig här att det utan problem räcker att ta med varianskravet och laplaceoperatorkontrollen, som föreslås i referenslitteraturen, men då har också denna region långt högre upplösning. Allmänt borde gälla att ju högre upplösning desto bättre segmentering med region growing-metoden.

5.4 Parametrar i lokala max-metoden

I lokala max-metoden finns det olika parametrar som har ställts in för att optimera metoden för träddektion och segmentering för den erhållna datan. De värden på parametrar som användes redovisas i tabell 7

Antal medianfilter, $N_{medfilter}$, som appliceras innan träddektionsalgoritmen körs igång sattes till 2. Detta visade sig på ett tidigt stadium ge färre antal felträffar samtidigt som det inte jämnade bort allt för mycket data som ytterligare filter gjorde. Det medianfilter som användes såg endast till den undersökta pixelns direkta närhet det vill säga ett 3x3 pixlar stort område.



Figur 18: *Idealiserad skog vilken använts för testning av segmenteringen. Parametrar: $A=B=5$.*

Tabell 7: *Variabla parametrar som ingår i Lokala max-metoden.*

Parameter	Värde
h_{min}	3 m
$N_{medfilt}$	2 st
r_{merge}	2 m
D_{min}	3 m

I ett skogsområde som undersöks finns förutom träd höjddatan även buskage, stenar och andra objekt som ej är intressanta då man vill ha parametrar för själva träden. Därför sattes en minsta gräns, $h_{min} = 3$ meter, för punkter i höjddatan som undersökts. Allt under h_{min} räknas som mark.

Sammanlagningsradien, r_{merge} , är det avstånd som måste skilja två max att de ska räknas som enskilda träd. Är två eller flera max inom denna radie slås de samman till ett enda. Detta för att förhindra att metoden markera

flera trädtoppar i en och samma trädkrona.

I tabell 8 kan man tydligt se hur r_{merge} påverkar resultatet. Ett högt värde på r_{merge} minskar antal felaktiga träd som hittas eftersom små, låga träd slås ihop med större träd som med större sannolikhet är riktiga träd som sedan matchas. Samtidig sjunker procent markträd som matchas med hittade träd, eftersom det finns färre träd att matcha mot. Därför sjunker även biomassan som hittats. För det aktuella området valdes $r_{merge} = 8$ pixlar = 2 m eftersom det gav bäst resultat sett till procent matchade träd, procent hittade träd samt var ansågs bäst vid en grafisk inspektion av träffar i området.

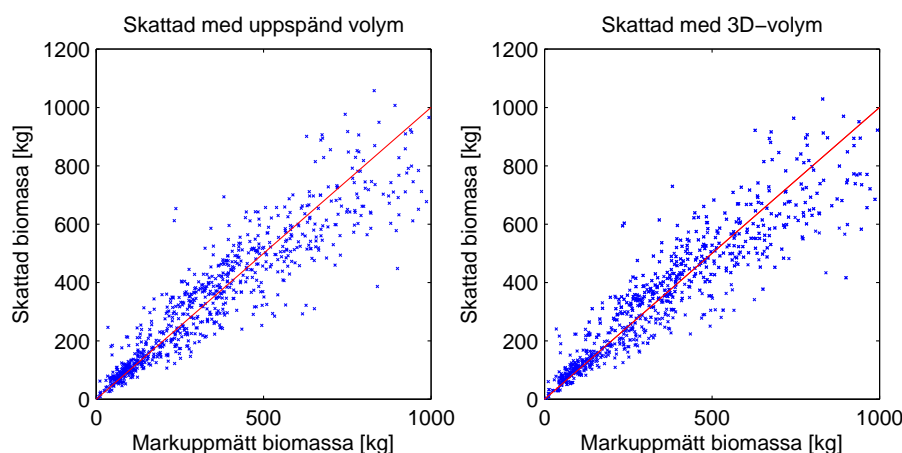
Trots ihopslagningen av tätt liggande maximan så återstår träffar som har väldigt liten kronarea och krondiameter. Dessa är med stor sannolikhet inte är riktiga träd. För identifierade träd med en diameter under ett valt gränsvärde, D_{min} , filtreras därför träffar bort ur segmenteringen och räknas inte som ett funnet träd. För Remningstorpområdet valdes $D_{min} = 6$ pixlar = 1.5 meter gräns. I β_{lok} -kolumnen i tabell 8 går det att se att antalet felaktigt identifierad träd sjunker kraftigt när man ökar D_{min} samtidigt som β_{mark} - och γ -kolumnen håller sig relativt stabila.

Tabell 8: *Andelen träd som hittats av metoden och matchats med markträd, β_{lok} , andelen markträd som matchats mot av metoden hittade träd, β_{mark} samt andelen biomassa som hittats, γ , för olika värden på sammanslagningsradien r_{merge} och minimidiametern D_{min}*

		β_{lok}			β_{mark}			γ		
		r_{merge}			r_{merge}			r_{merge}		
		6	8	10	6	8	10	6	8	10
D_{min}	0	0.54	0.69	0.79	0.80	0.72	0.62	0.954	0.904	0.818
	1	0.56	0.71	0.80	0.80	0.72	0.61	0.953	0.903	0.818
	2	0.63	0.74	0.82	0.79	0.71	0.61	0.952	0.903	0.818
	3	0.72	0.80	0.85	0.78	0.71	0.61	0.950	0.903	0.817

5.5 Kronvolymskattning via punktdata

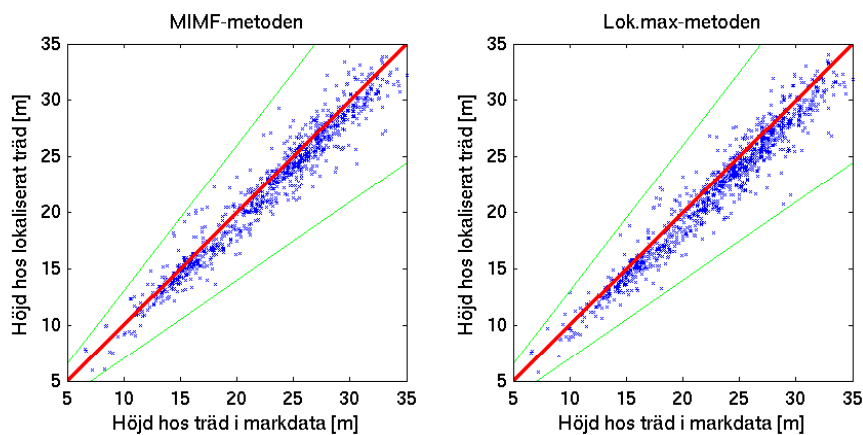
RMSE:erna för 2D-kronvolymskattning eller den uppspända volymen blev 100 kg och den för 3D-volymskattningen 101 kg.



Figur 19: Till vänster visas den vanliga "kronvolym"skattningen och till höger 3d-skattningen baserad på punktdata. Bilderna gjorda med MIMF-metoddata.

5.6 Skattning av biomassa

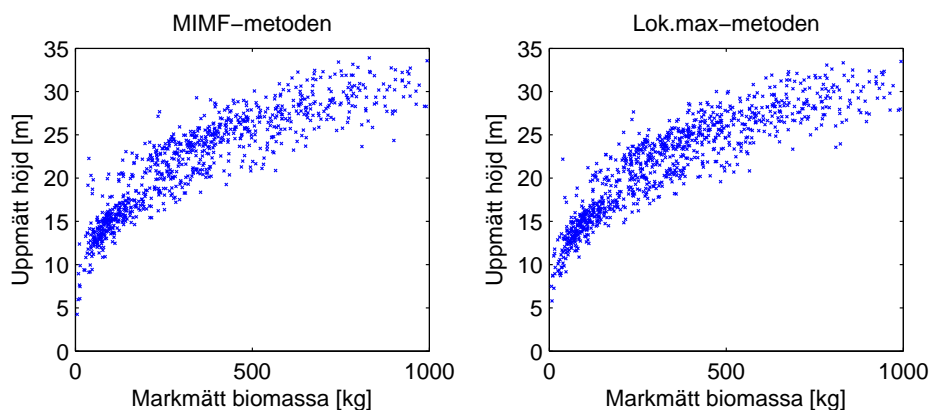
För skattningen av biomassa är det viktigt att de matchade träden verkligen är samma träd, det vill säga att det lokaliserade trädet parats med rätt markdataträd.



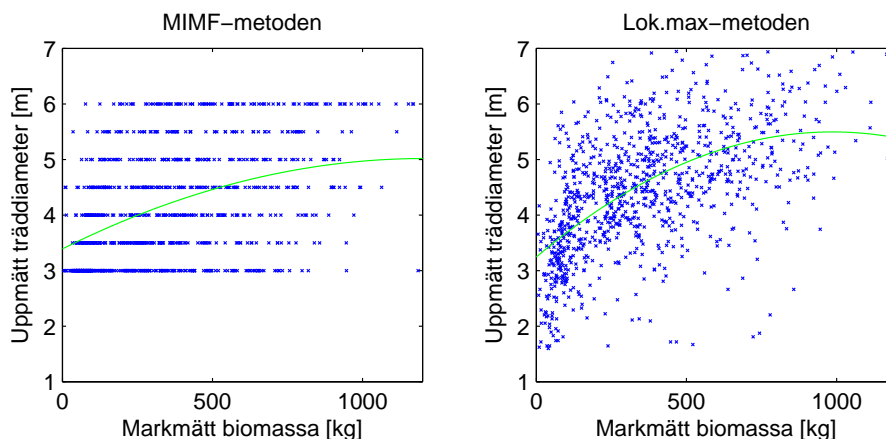
Figur 20: Hur höjden hos det lokaliserade trädet beror av höjden hos markträdet. Idealt är att höjderna har ett 1:1-förhållande, vilket symboliseras av den röda linjen. De gröna linjerna illustrerar den gräns på 30% höjddifferens som gäller om det finns flera markmätningsträd att matcha mot. I denna data har träd utanför dessa gränser filtrerats bort. Data från alla områden.

För att vara säkrare på detta förstärks kravet att det matchade trädets höjd ska ligga inom $\pm 30\%$ av det lokaliserade trädets höjd, vilket ses i figur 20.

Notera hur alla matchningar nu ligger inom ett höjdivtervall på $\pm 30\%$. Detta medför att sambanden som nu skattas blir mer stabila. Tidigare parades träd även om de inte låg inom detta höjdivtervall om inga alternativ fanns. Se exempelvis i figur 17 där många låga markträd matchades mot höga lokaliserade träd.

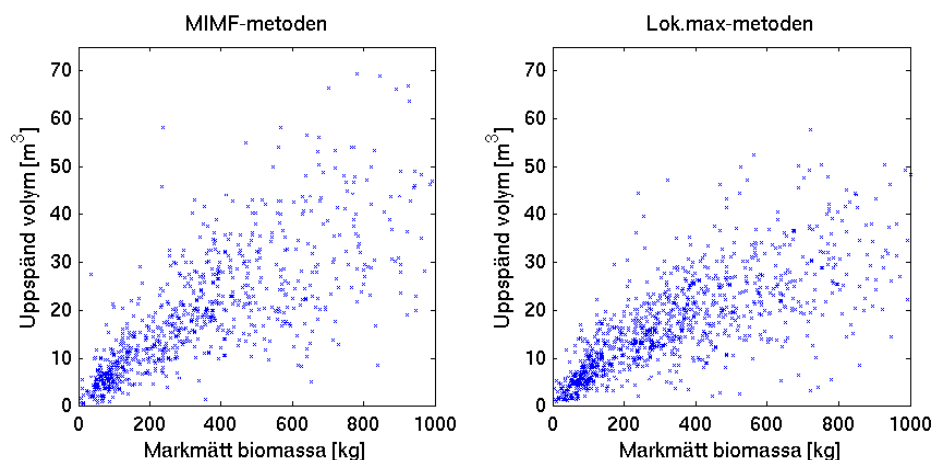


Figur 21: Hur sambandet mellan markmätt biomassa och uppmätt höjd ser ut för träd funna av MIMF- respektive lokala max-metoden. Data från alla områden och endast träd inom $\pm 30\%$ höjdivtervall.



Figur 22: Hur sambandet mellan markmätt biomassa och uppmätt diameter ser ut för träd funna av MIMF- respektive lokala max-metoden. Då diskretiseringen i diametern för MIMF-metoden gör det svårt att se ett samband har en andragradskurva anpassats till datapunkterna. Data från alla områden och endast träd inom $\pm 30\%$ höjdivtervall.

De parametrar vi direkt mäter är höjden (h) hos trädet, krondiametern hos trädet (d) och den volym som spänns av kronan och marken (v). Denna



Figur 23: Hur sambandet mellan markmätt biomassa och volym ser ut för träd funna av MIMF- respektive lokala max-metoden. Volymen är den som spänns av mark och trädskrona och definierades i kapitel 4.4. Data från alla områden och endast träd inom $\pm 30\%$ höjdintervall.

volym förklaras enklast av figur 13. Med dessa parametrar skrivs ekvationen för biomassa³ (M) hos ett träd upp som

$$\log(M') = a + \alpha_1 \log(h) + \alpha_2 \log(d) + \alpha_3 \log(v) \quad (26)$$

Då koefficienterna anpassats enligt minsta kvadratmetoden till den markmätta biomassan korrigeras för systematiska felet K och sambandet blir då

$$\hat{M} = K \cdot a \cdot h^{\alpha_1} \cdot d^{\alpha_2} \cdot v^{\alpha_3}; \quad K = \frac{\sum M_k}{\sum \hat{M}'_k} \quad (27)$$

Höjden och diametern känns intuitivt som att de har stark koppling till biomassan. I figur 21 och 22 visas hur höjden respektive diametern beror av den markmätta biomassan. MIMF-metoden finner endast trädradier i väldigt diskreta steg vilket gör det svårt att tolka figurens datapunkter och därför anpassades en andragskurva för att visualisera sambandet.

Att den uppspända volymen skulle bero av biomassan är inte lika intuitivt. Men figur 23 visar att det finns ett sådant samband, med volymen definierad som i kapitel 4.4.

Genom att anpassa konstanten a och exponenterna α_i så att felet mot markmätningarna minimeras, bestäms funktionen för biomassa för MIMF-metoden

³Se avsnitt 4.4 för härledning av denna ekvation.

till⁴

$$\log(M_{\text{Mimf}}(h, d, v)) = 1.06 + 0.041 + 2.4 \log(h) + 0.40 \log(d) + 0.15 \log(v) \quad (28)$$

Tabell 9: Värden på anpassade konstanter i skattning av biomassa för MIMF-metoden.

Konstant	Värde	95%-konfidensintervall
a	0.041	0.031–0.054
α_1 (höjden)	2.43	2.27–2.59
α_2 (diametern)	0.40	0.26–0.54
α_3 (volymen)	0.15	0.09–0.21

För lokala max-metoden ser skattningen ut som⁵

$$\log(M_{\text{LokMax}}(h, d, v)) = 1.03 + 0.0091 + 3.2 \log(h) + 1.3 \log(d) - 0.47 \log(v) \quad (29)$$

Tabell 10: Värden på anpassade konstanter i skattning av biomassa för Lokala max-metoden.

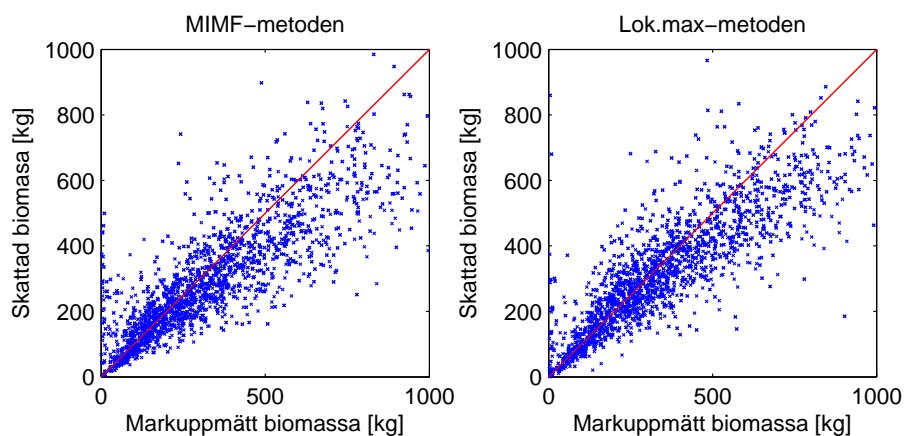
Konstant	Värde	95%-konfidensintervall
a	0.0091	0.0038–0.022
α_1 (höjden)	3.2	2.89–3.44
α_2 (diametern)	1.3	0.79–1.76
α_3 (volymen)	-0.47	(-0.72)–(-0.22)

Med dessa samband för skattning av biomassan är det möjligt att jämföra den skattade mot den markmätta biomassan. Resultatet visas i figur 24. RMSE för biomassaskattningen var 79 kg och 84 kg för MIMF- respektive lokala max-metoden (medelbiomassan per träd var 266kg). Korrelationen eller R^2 var 0.91 respektive 0.90. För en sammanställning över de olika RMSE och R^2 som beräknades, se tabell 11. Formlerna i ekvation 28 och 29 testades sedan genom att låta båda metoderna leta igenom alla områden och applicera formeln på alla funna träd.

Resultatet var att MIMF-metodens uppskattade biomassa var 83% av den befintliga biomassan medan Lokala Max-metoden hittade 108%. Till detta kan nämnas att omkring 5% av träden i markdatan saknar biomassa vilket gör att den markuppmätta biomassan underskattas.

⁴Se tabell 9 för konfidensintervall hos dessa anpassade konstanter.

⁵se tabell 10 för konfidensintervall hos dessa anpassade konstanter.



Figur 24: Den skattade biomassan som funktion av den markmätta biomassan. Är skattningarna bra så bör det gälla ett 1:1-samband mellan de två, plottad som röd linje. Data från valideringsdata.

Tabell 11: Resultat från skattningarna

	MIMF	Lok.max
RMSE för koordinatbestämning (all data)	0.94 m	0.94 m
RMSE för höjdsfattning (all data)	3.7 m	3.8 m
RMSE för skattning av biomassa (valideringsdata och strikt höjdmatching ⁶)	79 kg	84 kg
R^2 för skattning av biomassa (träningsdata och strikt höjdmatching)	0.91	0.90
Skattad biomassa/ Verklig biomassa	0.83	1.08

(Markmätt biomassa (min|medel|max) (32|266|1374) (kg))

6 Diskussion

Först jämförs MIMF och lokala max-metodens tillvägagångssätt vid trädlokalisering och segmentering därefter diskuteras metoderna var för sig. Till sist diskuteras resultat från skattningen av stambiomassan för matchade träd.

6.1 Trädlokalisering och segmentering

Detekteringsfasen skiljer de båda metoderna åt markant. Lokala max-metoden förlitar sig på att maxima i DCHM är trädtoppar. MIMF ser mer till träd-kronorna som helhet snarare än att gå in på detaljnivå. De två metoderna presterar något olika, lokala max presterar något bättre både vad gäller andel av markdataträden som hittas och därmed också den lokaliserade biomassan. MIMF är lite säkrare i sina lokaliseringar och har färre felidentifikationer. Överlag presterar lokala max-metoden bättre på given data med mycket granskog. Att lokala max-metoden hittar en större mängd biomassa beror antagligen på att den detekterar något fler träd än MIMF. Detta är både positivt och negativt då fler träd som kan matchas mot markmätningarna hittas men även fler felidentifikationer görs. MIMF har en tendens att underskatta antalet träd och hittar inte lika många av träden från markmätningarna men är säkrare i sina identifikationer vilket beror på att den tar hänsyn till rundheten i objekten.

I områden där andra objekt än träd finns närvarande skulle MIMF-metoden antagligen kunna sortera ut vad som är träd eller inte på ett effektivt sätt medan lokala max-metoden skulle dektektera lokala maximum som trädtoppar.

I område 2, 3, 5, 6, 13 och 15 hittar båda metoderna få av markdataträden, Studerar man dessa områden finns det många markdataträd i stora klungor som ej syns i DCHM eller höjddata, dvs. de döljs av större träd. Detta gör det problematiskt för alla metoder som bygger på en DCHM, eller tvådimensionell bild. Möjligtvis skulle det gå att ana de små träden under de större om algoritmerna tog hänsyn till den tredimensionella LiDAR-datan.

Ser man till implementeringsdelen har den lokala maximametoden flera fördelar. Den är förhållandevis snabb och okomplicerad, men även naturlig till den grad att den i samma veva segmenterar bildområdet. Det senare är en stor fördel jämfört med MIMF som kräver en separat segmenteringsmetod och som förmodligen inte ger ett lika gott resultat med tanke på att bildpunkter

exkluderas om ett närliggande träd ej hittas, medan lokala max segmenterar alla pixlar i hela området. Dock missar lokala maximametoden delar av kronan på träd som överlappar varandra, medan MIMFs Region-Growing har möjlighet att räkna samma pixel till olika träd.

6.1.1 MIMF-metoden

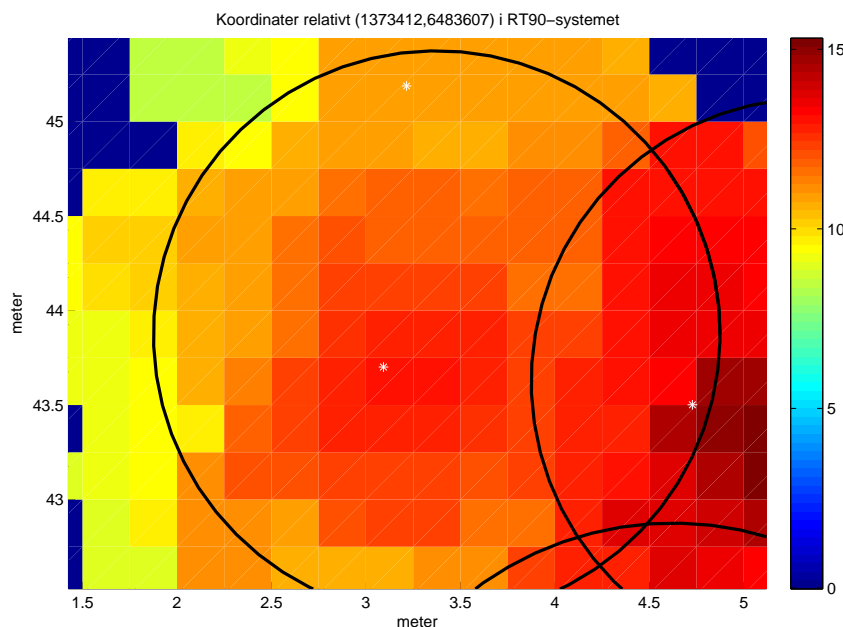
MIMF-metoden klarar av att hitta trädtoppar även då själva trädtoppen är väldigt vagt definierad som vid fallet med klotformade trädkronor. Att det är så beror på att MIMF-operatören snarare tittar på trädkronan som en helhet istället för att gå in på detaljnivå. Detta gör den mer selektiv än metoder som exempelvis bygger på att finna högsta punkten. Som ett exempel på detta finns figur 25 med ett träd utan en spetsig topp. Detta detekteras av MIMF som grovt talat ser den runda omgivningen och därför konstaterar att det är ett träd. Metoden med lokala max har problem då de två lokala maxen ligger så nära varandra. Då MIMF-metoden filtrerar beroende på höjdvariansen i kronan är det troligt att den skulle prestera bättre på lövträd som har mer sfäriska kronor.

Bland nackdelarna finns att två små träd kan ses som ett träd om inte höjdvariansen bland de två trädkronorna är tillräckligt stor. Se figur 26. I diskussionen, kap. 6.3.1, föreslås modifieringar av MIMF-operatören för att motverka detta beteende.

Ett desto större problem med MIMF-metoden är att den bygger på ett antal abstrakta parametrar, som α och β . Detta gör det svårt att applicera metoden på olika typer av skog utan kännedom om optimala val av dessa parametrar. Dock kan bra värden på dessa parametrar väljas utifrån träningsdata om sådan finns att tillgå.

6.1.2 Lokala max-metoden

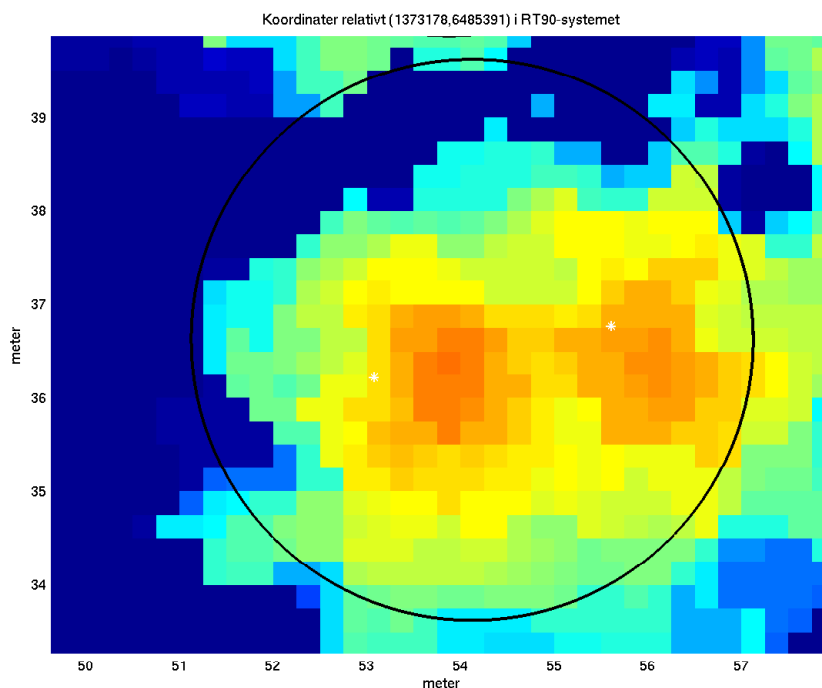
Medianfiltrering av höjd-datan visade sig ge goda resultat och är att föredra före vanliga medelvärdesfilter. Medianfiltret jämnar effektivt ut punkter som starkt avviker mot sin omgivning. Detta gör att hål mitt i trädkronor jämnas ut och väldigt små lokala max försvinner och på så vis underlättare det för metoden att på ett effektivt sätt hitta lokala max som faktiskt är trädtoppar. Nackdelen med medianfiltrering är att områden mellan två trädkronor som ligger tätt intill varandra utjämnas och kanten mellan de två kronorna blir



Figur 25: Bild som visar hur MIMF upptäcker ett träd (det vänstra) där lokala max ej upptäcker något. Svarta cirklar är den av MIMF identifierade trädradien, vita stjärnor är träd från markmätningen. Eftersom det lokala höjdmaket ligger nära de höga topparna till höger slår lokala max-algoritmen ihop dem till ett träd i det mörkröda området. Bilden är från område 6.

mindre distinkt. En annan risk med medianfiltrering är att man kan förlora en del av höjdinformationen eftersom de högsta punkterna slätas ut. Det visade sig att ett medianfilter gav väldigt många hittade lokala max inom små områden och därför användes två medianfilter på rad för att få en jämnare data.

En av lokala max-metodens fördelar är att den är intuitiv dels i funktion och dels parametrar. Om metoden ska användas till annan skogstyp än den data detta projekt baseras på är parametrarna enkla att förstå och förändring av dem resulterar i naturlig förändring av träddektektionen. T.ex. om ett skogsområde med väldigt små träd som står tätt ska inventeras så kan D_{min} och r_{merge} minskas så att metoden inte slår ihop tätt stående träd och tar bort små träd. En nackdel med metoden är att små värden på dessa två variabler ofta resulterar i att många små lokala max som egentligen är fluktuationer i



Figur 26: Hur det kan se ut när MIMF funnit ett träd som egentligen är två. Bild från område 17.

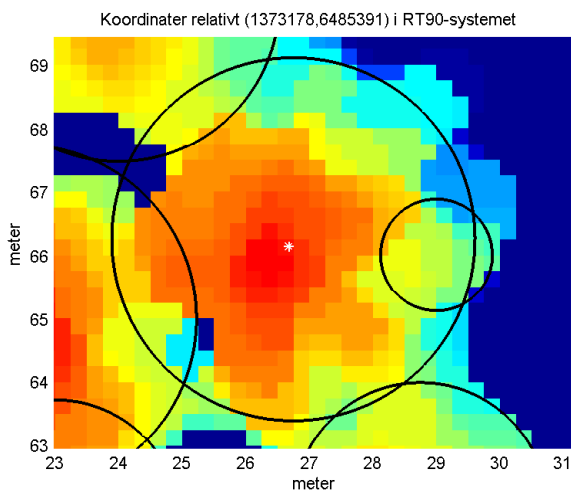
en större trädkrona räknas som egna träd.

Den minsta höjd som beräkningar utförts på, h_{min} sattes till 3 meter från början. Även andra värden på h_{min} testades utan att resultatet ändrades nämnvärt. Därför behölls ursprungsvärdet.

Trots sin intuitivitet i valet av metodens paramterar så är det även en komplikation för lokala max-metoden, det är svårt att välja parametrarna då man alltid måste väga mellan de olika parametrarnas påverkan på resultatet. Om r_{merge} sätts hög kommer många småträd filtreras bort och om den sätts låg kommer många trädkronor ge upphov till dubbla träffar som inte slås ihop. Lika gäller för D_{min} , sätts denna hög filtreras för stor del av biomassan bort och sätts den för låg kommer många små lokala max som egentligen inte är träd att detekteras som träd. Likaså är det en avvägning av hur hårt höjd-datan ska filtreras innan detekteringsfasen.

Segmenteringsfasen för lokala max-metoden har fördelen att vara inkluderad i detekteringsfasen. Nackdelen med denna typ av segmentering är att vid

hård medianfiltrering kan området som tillhör trädkronor kan överskattas. Som nämnts tidigare så kan gränsen mellan två kronor filtreras bort och dessa punkter tillräknas trädkronan till nått av de två träden.



Figur 27: Ett exempel på när lokala max-metoden identifierar områden i utkanten av trädkronor som egna träd

En av de mest påtagliga negativa effekterna som syns hos lokala-maxmetoden är att metoden har en tendens att hitta träd i utkanten av större kronor, vilket visas i figur 27. Detta medför att andelen felidentifikationer ökar.

6.2 Skattning av biomassa

Vid skattningen användes både höjd, diameter och den, mellan mark och krona, uppspända volymen. Det visade sig att diameter och uppspänd volym var starkt beroende av varandra vilket i sig inte behöver vara dåligt för skattningen. Det är anmärkningsvärt att lokala max skattning av biomassan beror som $\frac{1}{\sqrt{v}}$ men det är inte överkligt då även diametern ingår i sambandet.

Vad gäller skillnaden mellan 2D- och 3D-kronvolym-skattningen fås det förvånande resultatet att 3D-skattningen är något sämre än eller åtminstone likvärdig med 2D-varianten. Att det blir så kan bero på att markborttagningen i den 3-dimensionella metoden inte är tillräckligt bra. Vi har inte hunnit utvärdera detta ordentligt och har följaktligen använt 2D-skattningen som primär skattningsmetod.

Lokala max-metoden fann 108% av den totala biomassan vilket får anses

som bra. Motsvarande siffra för MIMF var 83% vilket är en icke-försumbar underskattning.

6.3 Förslag på vidare undersökningar

6.3.1 MIMF-metoden

Att MIMF-operatoren är lätt att modifiera är en av metodens styrkor och den skulle med viss modifikation kunna detektera träd även i områden där en jämförbar andel större objekt av mindre intresse finns. Sådana objekt skulle t.ex. kunna vara hus eller större stenar, som inte får störa mätningarna. Det kan därför vara intressant att utvärdera metoden i ett otypiskt skogsområde.

I detta projekt uteslöts MIMF-operatorns tredje term, rundhetsmättet, som är tätt sammankopplad med formpassningen, då den ansågs mindre viktig och hade krävt en större tidsinsats som inte var proportionerlig mot vinsten vid användning på områden av testområdets typ. Att undersöka hur stor skillnad denna operator utgör vore intressant i en uppföljande studie.

Vidare, har vi slagits av att det finns vissa problem med att MIMF gärna ser två närliggande träd i en tom omgivning som ett träd. Se figur 26 för exempel. För att motverka detta finns en term som tar höjdvariansen i beaktande. Något vi tror skulle hjälpa vore att utveckla denna term och vikta höjdvariansen högre ju närmare trädets centrum punkten ligger. Detta torde minska andelen funna träd som egentligen är två träd. Det borde även minska ner betydelsen av ett bra val utav α .

Slutligen skulle metoden, förmodligen med förmån, kunna användas vid artbestämning. Genom att vikta upp eller ner parametern för kronans höjdvarians (som typiskt är mycket olika för löv- och barrträd), skulle man i teorin kunna isolera varje träds slag för sig.

6.3.2 Lokala maxmetoden

En förbättring av lokala maxmetoden som skulle kunna undersökas är att vid höjdbestämning för enskilda träd se till den högsta punkten i det segmenterade området ur ofiltrerad höjddata istället för höjden i det lokala max som detekteras som trädtopp. Risken annars är att höjden kan underskattas om höjddatan filtrerats hårt.

Det som lokala max-metoden har som svaghet är att β_{lok} för metoden blir något lågt. Detta betyder att metoden hittar lite för många träd som inte kan matchas med markdata. En bidragande orsak visades i figur 27 där metoden identifierar små träd i utkanten av stora trädkronor. Ett förslag på vidareutveckling är att försöka finna ett sätt att undertrycka dessa felidentifikationer.

Lokala max-metoden tar inte hänsyn till överlappande trädkronor. En vidareutveckling av metoden skulle kunna innefatta ett ytterligare steg i segmenteringen som inkluderar det faktum att trädkronor kan överlappa varandra.

För att få en uppfattning om hur anpassningsbar metoden är skulle den behövas testas på andra typer av skog. De områden som vi utvärderat metoden på har inte så stora skillnader i skogstyp. Från detta skulle en utvärdering av hur lokala max-metodens parametrar bör ändras för olika skogstyper kunna genomföras.

7 Slutsats

Sammanfattningsvis kan man säga att Lokala Max-metoden varit den som presterat bäst resultatmässigt samtidigt som den varit enklast i utförande, men att MIMF-metoden också har potential i betydelsen att den är anpassningsbar. Vid skattning av parametrar på enskilda träd är metoderna likvärdiga men för testområdet finner Lokala Max-metoden 108% av den verkliga biomassan medan MIMF-metoden endast hittar 83%, vilket är den största skillnaden.

Referenser

- [1] Wikipedia - The Free Encyclopedia. [Internetsida]. *Forestry - Wikipedia [20-MAJ-2009] Tillgänglig från "http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Forestry&oldid=290950035"*
- [2] Johan Holmgrena, Åsa Persson,
"Identifying species of individual trees using airborne laser scanner" *Remote Sensing of Environment*;
2004, 90, p.415-423
- [3] M. Elmqvist,
"Ground Surface Estimation from Airborne Laser Scanner Data Using Active Shape Models," *Department of Laser Systems, Swedish Defence Research Agency, Linköping*; 2002
- [4] R. Palenichka and M. Zaremba ,
"Multiscale Isotropic Matched Filtering for Individual Tree Detection in LIDAR Images." *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*;
2007, 45(12), p. 3944-3956
- [5] R. Palenichka, M. Zaremba and R. Missaoui,
"Multiscale model-based feature extraction in structural texture images" *Journal of Electronic Imaging*;
2006, 15(2)
- [6] R. Palenichka, M. Zaremba,
"Scale-Adaptive Segmentation and Recognition of Individual Trees Based on LIDAR Data" *ICIAR, Lecture Notes in Computer Science*;
2007, 4633, p. 1082-1092
- [7] J. Hyypä, O. Kelle, M. Lehtikoinen, M. Inkinen,
"A segmentation-based method to retrieve stem volume estimates from 3-D tree height models produced by laser scanners," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*;
2001, 39(5) p. 969-975
- [8] J. Holmgren,
"Prediction of Tree Height, Basal Area and Stem Volume in Forest Stands Using Airborne Laser Scanning," *Scandinavian Journal of Forest Research*;
2004, 19(6) p. 543-553

- [9] Forest database for single trees in Remningstorp, Västergötland, Sweden
Swedish University of Agricultural Sciences;
- [10] ASPRS Standards Committee [Internetsida]
American Society for Photogrammetry and Remote Sensing [11-FEB-2009] Tillgänglig från "http://www.asprs.org/society/committees/standards/lidar_exchange_format.html"
- [11] John A. Rice
Mathematical Statistics and Data Analysis, 3rd Ed, Duxbury
- [12] L. Vierling, E. Rowell, C. Xuexia, D. Dykstra, K. Vierling
Relationships Among Airborne Scanning LiDAR, High Resolution Multispectral Imagery, and Ground-Based Inventory Data in a Ponderosa Pine Forest
Geoscience and Remote Sensing Symposium; 2002, 5, p. 2912-2914
- [13] R. Gonzalez, R. Woods, S. Eddins
Digital image processing using MATLAB
Upper Saddle River, N.J. : Prentice Hall, cop. 2004
- [14] J. Holmgren, U. Söderman,
Detecting and Measuring Individual Trees Using an Airborne Laser Scanner
Photogrammetric Engineering & Remote Sensing Journal of the American Society For Photogrammetry and Remote Sensing;
2002, 68(9)